

ВАРІАНТ 1

1. Укажіть фігуру, що є паралелограмом.



А.



Б.



В.



Г.



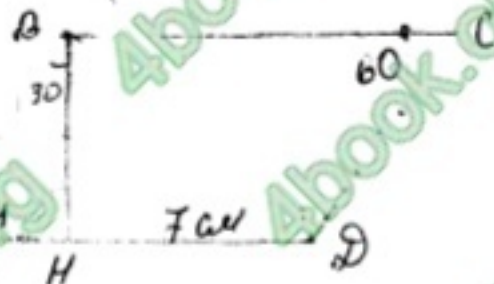
2. Знайдіть четвертий кут чотирикутника, якщо три його кути дорівнюють
- 70°
- ,
- 50°
- і
- 130°
- .

360° - сума кутів чотирикутника

$$360 - (70 + 50 + 130) = 110^\circ$$

Відповідь: 110°

3. У паралелограмі гострий кут дорівнює
- 60°
- . Висота паралелограма, проведена з вершини тупого кута, ділить протилежну сторону на відрізки 4 см і 7 см, рахуючи від вершини гострого кута. Знайдіть периметр паралелограма.



$$\angle D = \angle H + \angle B$$

$$\angle D = 4 + 7 = 11 \text{ см}$$

$\triangle ABH$ - прямокутний, звідси.

$$AH = \frac{AB}{2}; \quad AB = AH \cdot 2$$

$$AB = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}$$

$$P_{ABCD} = 2(11 + 8) = 38 \text{ см}$$

Відповідь: 38 см

4. Два кути паралелограма відносяться як 2 : 3. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини тупого кута.

$$2x + 3x = 180^\circ$$

$$x = 36^\circ$$

$$2x = 72^\circ \quad 3x = 108^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BCD = 72^\circ; \quad \angle ABC = \angle ADC = 108^\circ$$

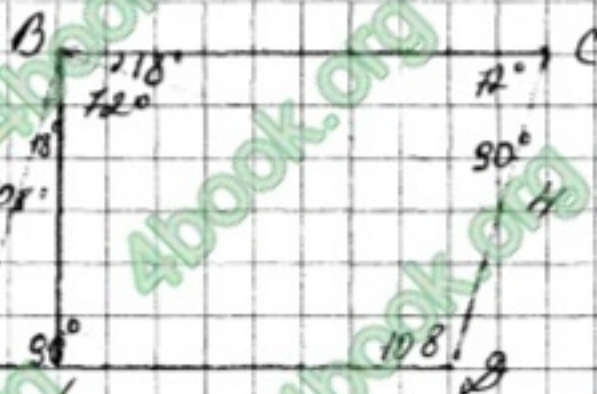
$$\text{В } \triangle ABH \quad \angle ABH = 180 - (72 + 90) = 18^\circ$$

$$\text{В } \triangle BCH \quad \angle CBH = 180 - (72 + 90) = 18^\circ$$

$$\text{Розглянемо } \angle BHD. \quad \angle BHD = 90^\circ$$

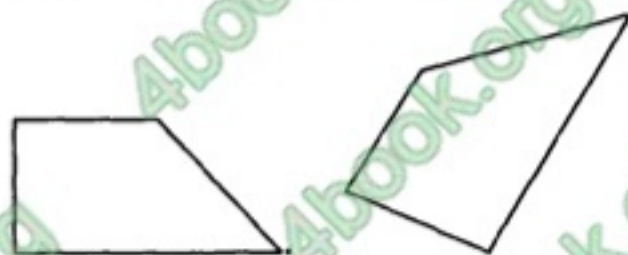
$$\angle BHD = 90^\circ; \quad \text{Отже: } \angle BHN =$$

$$= 360 - (90 + 90 + 108) = 72^\circ$$

Відповідь: 72°

ВАРІАНТ 2

1. Укажіть фігуру, що є паралелограмом.



А.



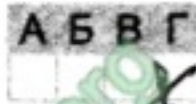
Б.



В.



Г.

2. Три кути чотирикутника дорівнюють 70° , 60° і 140° . Знайдіть четвертий кут чотирикутника.

360° - сума кутів чотирикутника, звідси:

$$360 - (70 + 60 + 140) = 90^\circ$$

Відповідь: 903. У паралелограмі тупий кут дорівнює 120° , а висота, проведена з його вершини, ділить протилежну сторону на відрізки 3 см і 4 см, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть периметр паралелограма.

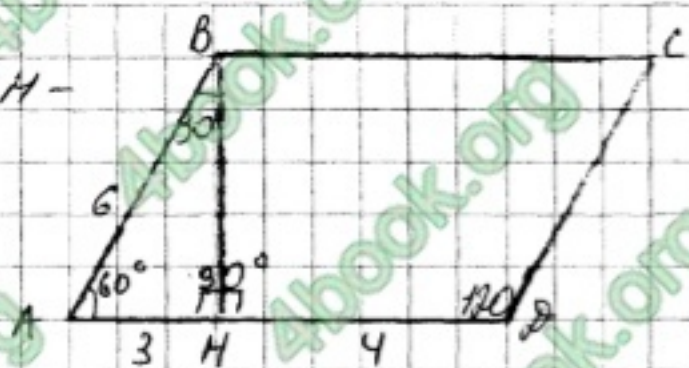
$$AD = AH + HD; \quad AD = 3 + 4 = 7 \text{ см}$$

Розглянемо: $\triangle ABH$; $\angle BHA = 90^\circ$. $\triangle ABH$ - прямокутний, звідси: $AH = \frac{AB}{2}$

$$BA = AH \cdot 2; \quad BA = 3 \cdot 2 = 6 \text{ см}$$

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC)$$

$$P_{ABCD} = 2(6 + 7) = 26 \text{ см}$$



Відповідь:

4. Кути паралелограма відносяться як 4 : 5. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини гострого кута.

$$4x + 5x = 180^\circ$$

$$x = 20;$$

$$4x = 80^\circ; \quad 5x = 100^\circ$$

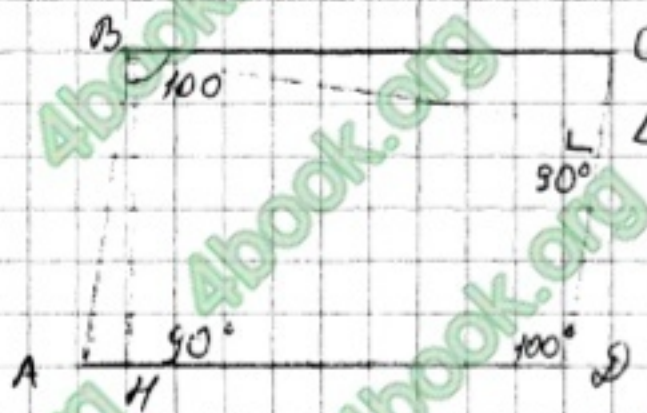
Рассмотрим $\triangle HBL$

$$\angle BHD = 90^\circ; \quad \angle BLH = 90^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ADC = 100^\circ$$

$$\text{Отсюда: } \angle HBL =$$

$$360 - (90 + 90 + 100) = 80^\circ$$

Відповідь: 80°

ВАРІАНТ 3

1. Укажіть фігуру, що є паралелограмом.



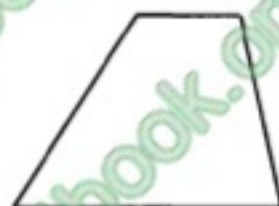
А.



Б.



В.



Г.

А Б В Г

2. Знайдіть четвертий кут чотирикутника, якщо три його кути дорівнюють 80° , 130° і 90° .

$$\text{Сума кутів чотирикутника} = 360^\circ$$

$$360 - (80 + 130 + 90) = 60^\circ$$

Відповідь: 60

3. Тупий кут паралелограма дорівнює 120° , а висота, проведена з вершини цього кута, ділить протилежну сторону на відрізки 5 см і 3 см, починаючи з вершини гострого кута. Знайдіть периметр паралелограма.

$$AD = AL + LD; AD = 5 + 3 = 8 \text{ см}$$

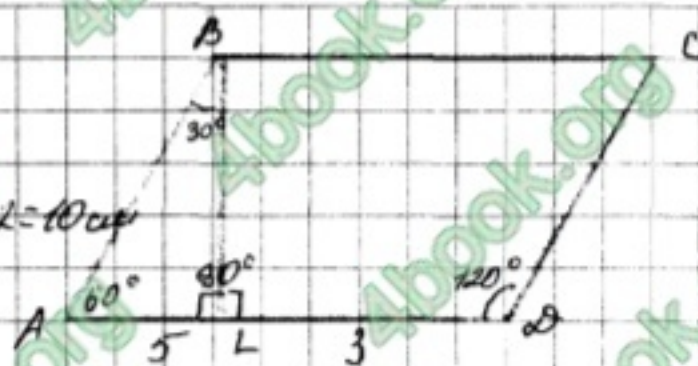
$$\text{Розглянемо: } \triangle ABL; \angle BLA = 90^\circ$$

$$\triangle ABL - \text{прямокутний}; \text{ звідси:}$$

$$AL = \frac{AB}{2} \quad BA = AL \cdot 2 \quad BA = 5 \cdot 2 = 10 \text{ см}$$

$$P_{ABCD} = 2(10 + 8) = 36 \text{ см}$$

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 36 \text{ см}$$



Відповідь: 36 см

4. Два кути паралелограма відносяться як 7 : 11. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини тупого кута.

$$7x + 11x = 180$$

$$x = 10$$

$$7x = 70^\circ; \quad 11x = 110^\circ$$

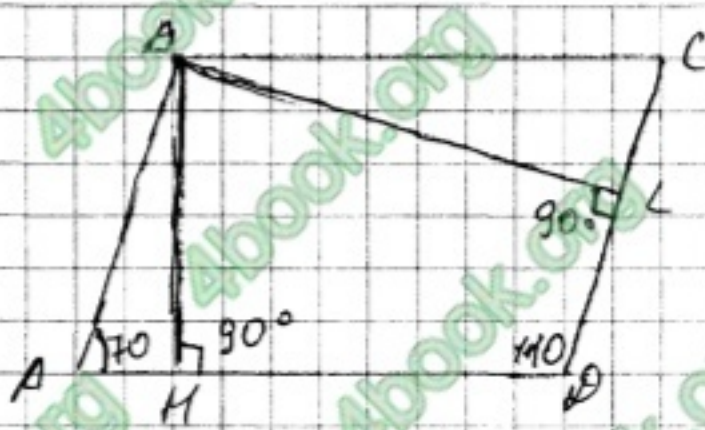
$$\text{Розглянемо } \triangle HBL$$

$$\angle BHD = 90^\circ; \angle BLA = 90^\circ;$$

$$\angle ADC = \angle ABC = 110^\circ$$

$$\text{Звідси: } \angle HBL$$

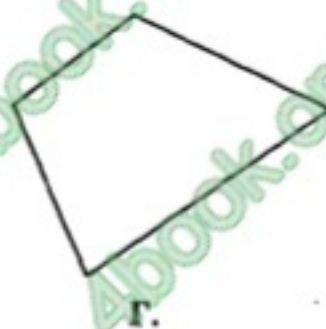
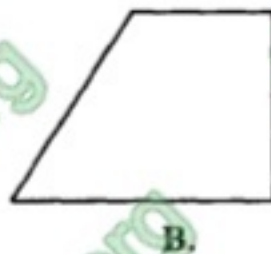
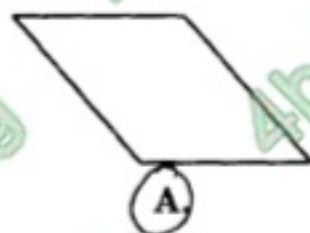
$$360 - (90 + 90 + 110) = 70^\circ$$



Відповідь: 70°

ВАРІАНТ 4

1. Укажіть фігуру, що є паралелограмом.

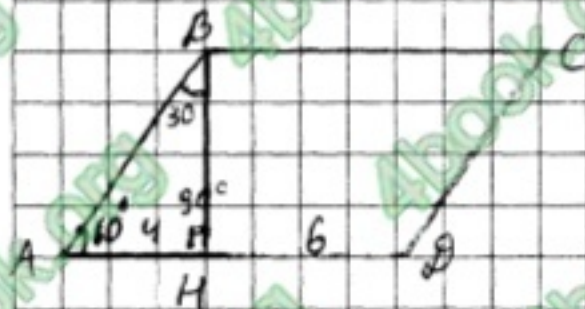


А Б В Г
X

2. Три кути чотирикутника дорівнюють 100° , 70° і 60° . Знайдіть четвертий кут чотирикутника.

$$\text{Сума кутів чотирикутника} = 360^\circ$$

$$360 - (70 + 100 + 60) = 360 - 230 = 130^\circ$$

Відповідь: 130° 3. Гострий кут паралелограма дорівнює 60° , а висота, проведена з вершини тупого кута, ділить протилежну сторону на відрізки 4 см і 6 см, починаючи з вершини тупого кута. Знайдіть периметр паралелограма.Розглянемо $\triangle ABH$.

$$\angle AHB = 90^\circ$$

$$AH = \frac{AB}{2}; \quad AB = 2 \cdot AH$$

$$AB = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}; \quad AD = AH + HD; \quad AD = 10$$

$$P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + AD)$$

$$P_{ABCD} = 2 \cdot (8 + 10) = 36 \text{ см}$$

Відповідь: 36 см

4. Два кути паралелограма відносяться як 13 : 5. Знайдіть кут між висотами, проведеними з вершини гострого кута.

$$13x + 5x = 180^\circ$$

$$x = 10$$

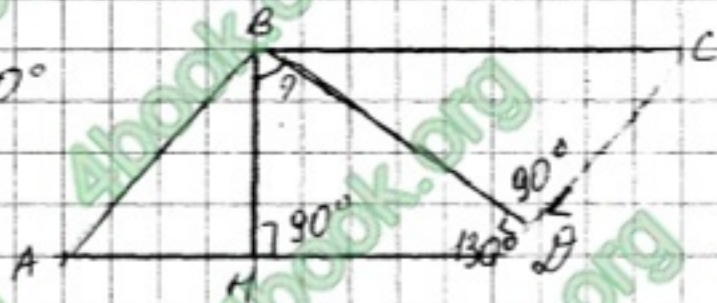
$$130^\circ = 13x; \quad 5x = 50^\circ$$

$$\text{Розглянемо } \triangle BHD: \angle BHD = \angle BLD = 90^\circ$$

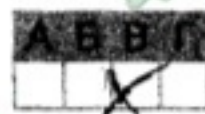
$$\angle ABC = \angle ADC = 130^\circ$$

$$\text{Звісно } \angle HBD:$$

$$360 - (90 + 90 + 130) = 50^\circ$$

Відповідь: 50°

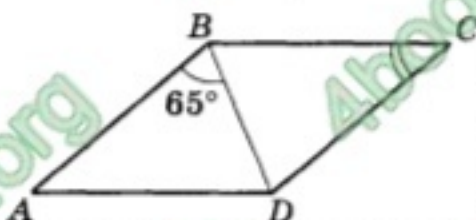
ВАРІАНТ 1



1. Сторони прямокутника дорівнюють 5 см і 7 см. Знайдіть його периметр.

A. 12 см B. 18 см B. 24 см Г. 48 см

2. $ABCD$ – ромб, $\angle ABD = 65^\circ$. Знайдіть $\angle BCD$.



Так як $ABCD$ ромб, то: $AB = BC = CD = DA$.
Звідси:

$\triangle ABD$ – рівнобедрений. Звідси:

$\angle ABD = \angle BDA = 65^\circ$.

$$\angle BAD = 180 - (2 \cdot 65) = 50^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BCD = 50^\circ$$

Відповідь: 50°

3. Знайдіть кут між меншою стороною і діагоналлю прямокутника, якщо він на 12° менший від кута між діагоналями, який лежить проти меншої сторони.

Нехай кут між меншою стороною і діагоналлю = x , тоді
кут між діагоналями $(x + 12^\circ)$.

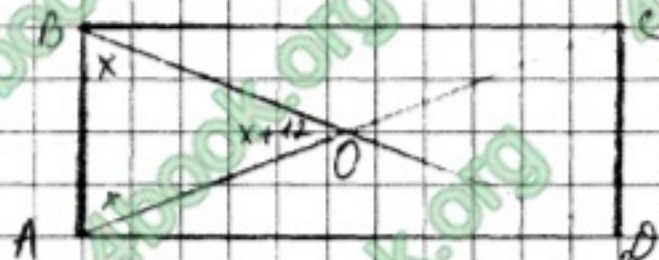
Маємо рівняння:

$$x + x + (x + 12) = 180$$

$$3x = 168$$

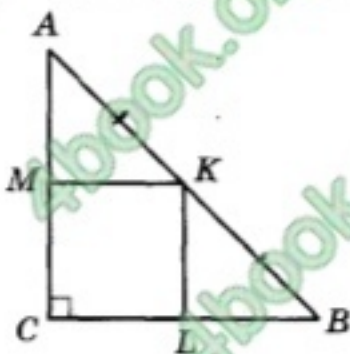
$$x = 56^\circ$$

Три розв'язи:
 $\triangle ABO$



Відповідь: 56°

4. У рівнобедрений прямокутний трикутник ABC вписано квадрат $CMKL$ так, що прямий кут у трикутника і квадрата спільний, $K \in AB$. Периметр квадрата дорівнює 24 см. Знайдіть довжину катета BC .



Бісектриса кута MCL квадрата $CMKL$ буде
висотою $\angle ACB$ $\triangle ABC$. Тому:

$$AK = KB$$

Так як $CMKL$ – квадрат, то

$$CL = 24 : 4 = 6 \text{ см}$$

Г. $K \in AB$ – за умовою, тому

$$CL = LB = 6 \text{ см}$$

$$CB = CL + LB = 6 + 6 = 12 \text{ см}$$

Відповідь: 12 см

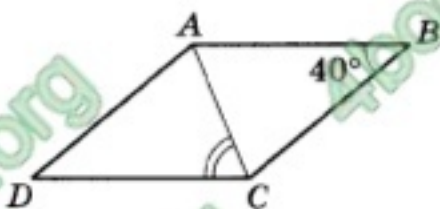
ВАРІАНТ 2

A	B	V	G
			✓

1. Знайдіть периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 6 см і 4 см.

A. 40 см B. 10 см V. 15 см G. 20 см

2. $ABCD$ – ромб, $\angle ABC = 40^\circ$. Знайдіть $\angle ACD$.



Так як $ABCD$ – ромб, то :

$AB = BC = CD = DA$ за властивістю ромба.

Тоді :

В $\triangle ABC$: $AB = CB$; $\triangle ABC$ – рівнобедренний.

$$\angle BAC = (180 - 40) / 2 = 70^\circ$$

$$\angle BAC = \angle ACD = 70^\circ$$

Відповідь: 70°

3. Знайдіть кут між більшою стороною і діагоналлю прямокутника, якщо він на 60° менший від кута між діагоналями, який лежить проти більшої сторони.

Нехай кут між більшою стороною і діагоналлю " x ", тоді :

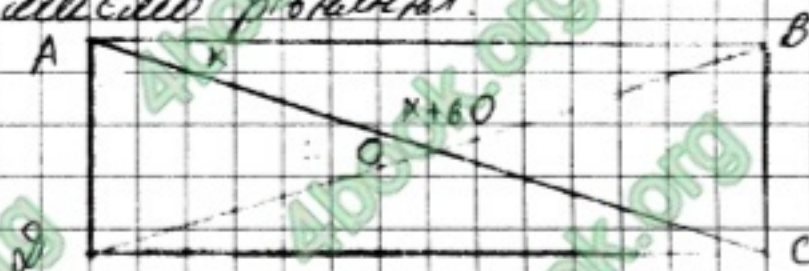
кут між діагоналями $x + 60$.

На основі розгляду $\triangle ABO$ маємо рівняння :

$$x + x + 60 = 180$$

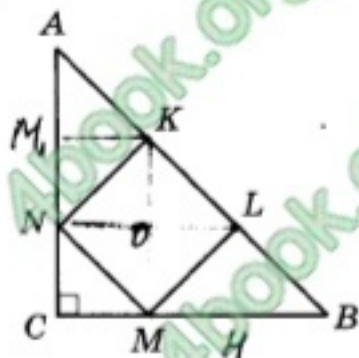
$$3x = 120$$

$$x = 40^\circ$$



Відповідь: 40°

4. У рівнобедрений прямокутний трикутник ABC вписано квадрат $KLMN$ так, що $N \in AC$, $M \in BC$, $K \in AB$, $L \in AB$, $AB = 12$ см. Знайдіть периметр квадрата.



В квадраті $KLMN$ проводимо діагоналі, та висоту в $\triangle AKM$ та з кута MLB . Бачимо, що $\triangle CNM = \triangle NOM$ – за стороною і прилеглими кутами $\angle OCM = \angle KON = \angle LNM$.

Звідси: $OK = OL = OM = ON$, тоді

$\triangle KLO = \triangle NOM$

$\triangle AKM = \triangle MLC$ – за стороною і прилеглими кутами.

$\triangle LNM = \triangle LNM$ – за стороною і прилеглими кутами.

Звідси: $\triangle KAM = \triangle MLC = \triangle CNM = \triangle KOL = \triangle OCM = \triangle OML = \triangle LNM = \triangle LBN$

Звідси: $AK = KL = LB = 4$ см

$$12 : 3 = 4 \text{ см}$$

$$P_{KLMN} = 16 \text{ см}$$

Відповідь:

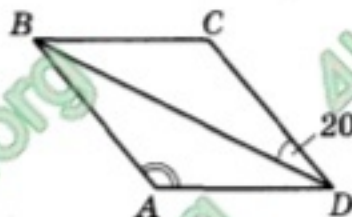
ВАРІАНТ 3

1. Сторони прямокутника дорівнюють 9 см і 7 см. Знайдіть його периметр.

А. 32 см Б. 16 см В. 64 см Г. 24 см

А Б В Г
✓

2. $ABCD$ – ромб, $\angle BDC = 20^\circ$. Знайдіть $\angle BAD$.



Так, як $ABCD$ – ромб, то: $AB = BC = CD = DA$ – за властив.
Тоді: $\triangle BCD = \triangle BAD$ – рівнобедренні; звідси:
 $\angle CBD = \angle CDB = 20^\circ$
 $\angle BCD = 180 - 40 = 140^\circ$

$$\angle BCD = \angle BAD = 140^\circ$$

Відповідь: 140°

3. Знайдіть кут між меншою стороною і діагоналлю прямокутника, якщо він на 6° більший за кут між діагоналями, який лежить проти меншої сторони.

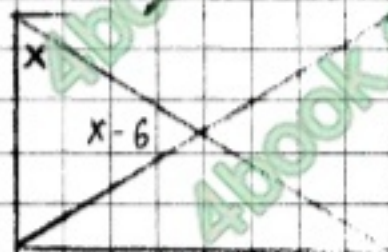
Нехай кут між меншою стороною і діагоналлю = x , тоді:
кут між діагоналями $x - 6^\circ$

На підставі розгляду $\triangle ABO$, маємо рівняння:

$$x + x + x - 6 = 180$$

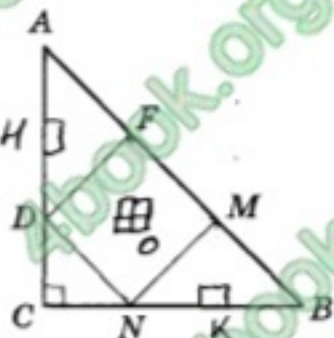
$$3x = 186$$

$$x = 62$$



Відповідь:

4. У рівнобедрений прямокутний трикутник ABC вписано квадрат $DFMN$, $D \in AC$, $N \in BC$, $F \in AB$, $M \in AB$. Периметр квадрата дорівнює 20 см. Знайдіть AB .



В квадраті $DFMN$ проводимо діагоналі FN і DM та висоту з $\angle AFD$ та $\angle NMB$.

$$\triangle CFM \cong \triangle DON$$

$$\triangle DON = \triangle FOM = \triangle MON = \triangle FOD$$

$\triangle FOD = \triangle FND$ – за стороною та прилеглими кутами

$\triangle FND = \triangle ANF$ – за стор. і прилеж. кутами

$\triangle MON = \triangle MNK$ – бо вони розділяють $\triangle MNK$ на 2 рівні част.

$$\text{Звідси: } \triangle ANF = \triangle FND = \triangle FOD = \triangle FOM = \triangle DON = \triangle DCN = \triangle MON = \triangle MNK = \triangle MKB.$$

$$\text{Звідси: } AF = FM = MB.$$

$$FM = P_{DFMN} : 4 = 5 \text{ см}$$

$$AB = AF + FM + MB = 15 \text{ см}$$

Відповідь: 15 см

ВАРІАНТ 4

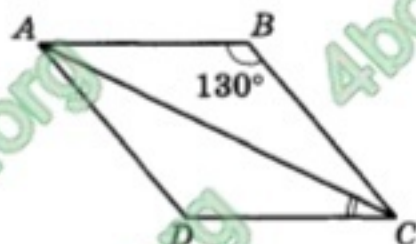
А Б В Г

✓

1. Знайдіть периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 8 см і 6 см.

А. 14 см Б. 28 см В. 56 см Г. 21 см

2. $ABCD$ – ромб, $\angle ABC = 130^\circ$. Знайдіть $\angle ACD$.

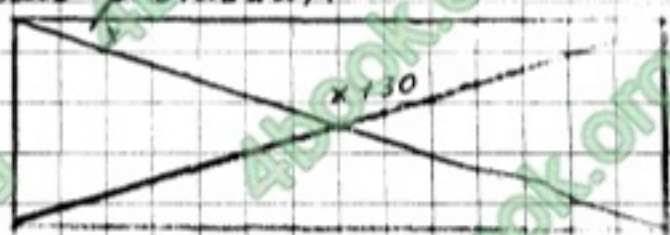


$ABCD$ – ромб, тоді $AB = BC = CD = DA$ – за властивістю ромба.
тоді $\triangle ABC = \triangle CAD$ – рівнобедренні.
 $\angle BAC = (180 - 130) / 2 = 25^\circ$
 $\angle BAC = \angle ACD = 25^\circ$

Відповідь: 25°

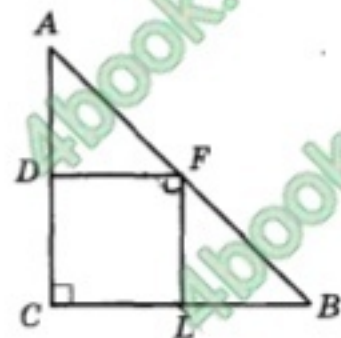
3. Знайдіть кут між діагоналями прямокутника, який лежить проти більшої сторони, якщо він на 30° більший за кут між більшою стороною і діагоналлю.

Нехай кут між більшою стороною і діагоналлю x , тоді:
кут між діагоналями $x + 30$
На креслі розгляду в $\triangle ABO$, маємо рівняння:
 $x + x + x + 30 = 180$
 $3x = 150$
 $x = 50^\circ$
 $50 + 30 = 80^\circ$



Відповідь: 80°

4. У рівнобедрений прямокутний трикутник ABC , катет якого дорівнює 10 см, вписано квадрат $CDFL$ так, що прямий кут у трикутника і квадрата спільний, $F \in AB$. Знайдіть периметр квадрата.



Так як $F \in AB$, то діагональ DF – висота $\triangle ABC$. Якщо $DF \parallel CL$, то
 $DL \parallel AF$, а DF – сім'я, тоді
 $\angle FDL = \angle AFD$
 $\angle DFB = \angle ADF$
Звідси: $\triangle ADF = \triangle DFL$ – по стороні та прилеглим кутам
 $\angle CAF = \angle CFB$, тоді: всі трикутники рівні.

$CB = 10$ – за умовою, звідси $CL = 5$ см
 $P_{CDFL} = 4 \cdot 5 = 20$ см

Відповідь: 20 см

ВАРІАНТ 1

1. Укажіть, який з відрізків є діагоналлю чотирикутника $AMKL$.

- А. MK Б. AK В. AM Г. AL

А	Б	В	Г
	✓		

2. Знайдіть тупий кут паралелограма, якщо гострий його кут дорівнює 15° .

- А. 75° Б. 155° В. 165° Г. 175°

А	Б	В	Г
		✓	

3. Знайдіть сторону квадрата, периметр якого дорівнює 48 см.

- А. 24 см Б. 16 см В. 8 см Г. 12 см

А	Б	В	Г
			✓

4. Периметр прямокутника дорівнює 20 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 2 см менша за другу.

Нехай менша сторона $x-2$, тоді
більша x .

$$2(x + x - 2) = 20$$

$$2x + 2x = 2$$

$$4x = 2$$

$$x = 6 - \text{більша сторона}$$

$$6 - 2 = 4 - \text{менша}$$

Відповідь: 6 см ; 4 см

5. $ABCD$ – ромб, $\angle ACD = 25^\circ$. Знайдіть кути ромба.

$$\angle ACD = 25^\circ - \text{за умовою}$$

$$AB = CB = CD = DA - \text{за властивістю ромба}$$

$$\angle ACD = \angle BSA = 25^\circ$$

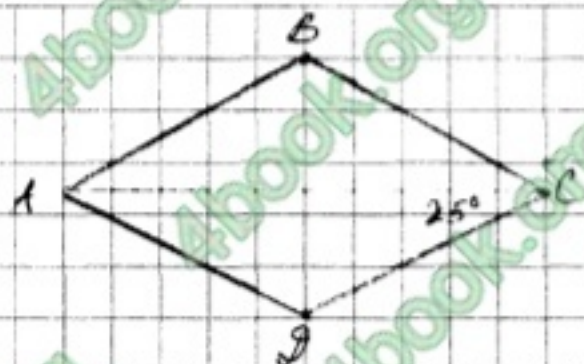
$$\angle BAC = \angle ACD = \angle BSA = \angle CAD = 25^\circ$$

$$\angle ABC = (360 - (25 \cdot 4)) / 2 = 130^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ADC = 130^\circ$$

$$\angle BCD = 25 + 25 = 50^\circ$$

$$\angle BCD = \angle BAD = 50^\circ$$

Відповідь: $50^\circ; 50^\circ; 130^\circ; 130^\circ$ 6. На малюнку $KF = LP$, $\angle LPK = \angle PKF$. Доведіть, що $LPFK$ – паралелограм.

Якщо $PF \parallel LK$, то PK – сім'я

Звідси $\angle LPK = \angle PKF$ – як внутрішні різнобічні;

тоді $\angle LKP = \angle FPK$ – як внутр. різносторонні

Звідси: $\triangle PFK = \triangle PLK$.

Це означає, що дійсно $PF = LK$, і $PF \parallel LK$, значить:
 $LPFK$ – паралелограм

7. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 3, 5, 11. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?

$$x + 3x + 5x + 11x = 360^\circ$$

$$20x = 360^\circ$$

$$x = 18^\circ - \text{одна частина}$$

$$3x = 18 \cdot 3 = 54^\circ$$

$$5x = 18 \cdot 5 = 90^\circ$$

$$11x = 18 \cdot 11 = 198^\circ$$

Це неопуклий чотирикутник, бо в ньому є кут більший за 180° .

Відповідь: $18^\circ; 54^\circ; 90^\circ; 198^\circ$. Неопуклий

8. Висоти, проведені з вершини гострого кута ромба, утворюють між собою кут 110° . Знайдіть кути ромба.

Розглянемо чотирикутник H_1BH_2D ;

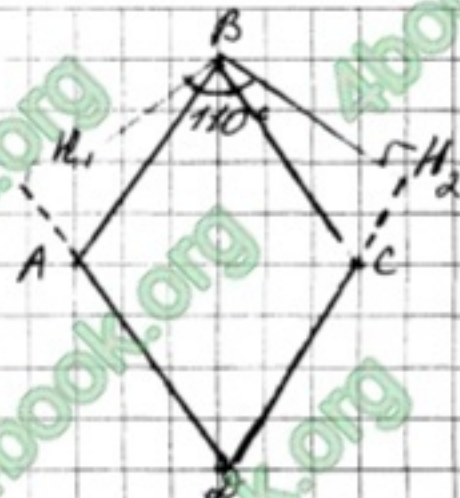
$$H_1 = H_2 = 90^\circ$$

$$\text{Звідси: } 360 - 90 - 90 - 110 = 70^\circ - \text{кут } D$$

Розглянемо ромб $ABCD$.

$$\angle B = \angle D = 70^\circ$$

$$\angle A = \angle C = (360 - 70 - 70) / 2 = 110^\circ$$



Відповідь: $70^\circ; 110^\circ; 70^\circ; 110^\circ$

9. Бісектриса кута D паралелограма $ABCD$ ділить сторону AB на два відрізки AM і MB так, що $AM : MB = 2 : 5$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 72 см.

Якщо $ABCD$ - паралелограм, то:

$AB \parallel CD$, а DM - січна, тоді:

$\angle 2 = \angle 3$ - як вертикальні;

$\angle 3 = \angle 6$ - як внутр. різнобічні;

$\angle 6 = \angle BDM$, бо DM - бісектриса, тоді

$\triangle ABM$ - рівнобедрений.

Звідси:

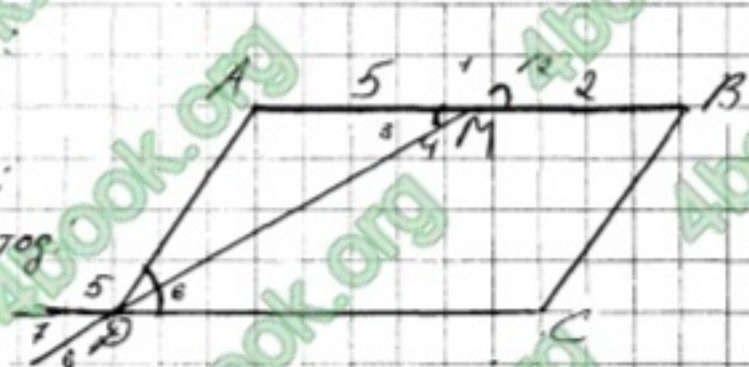
$$5x + 7x + 5x + 7x = 72 \text{ см}$$

$$24x = 72 \text{ см}$$

$$x = 3 - \text{одна частина}$$

$$7 \cdot 3 = 21 \text{ см} - AB = DC$$

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ см} - AD = BC$$



Відповідь: 15 см; 21 см

ВАРІАНТ 2

1. Укажіть, який з відрізків є діагоналлю чотирикутника $CDMF$.

- A.
- CF
- B.
- DM
- B.
- DF
- Г.
- CD

А Б В Г

✓

2. Знайдіть гострий кут паралелограма, якщо його тупий кут дорівнює 150° .

- A.
- 40°
- B.
- 50°
- B.
- 60°
- Г.
- 30°

А Б В Г

✓

3. Знайдіть периметр квадрата, сторона якого дорівнює 7 см.

- A. 14 см B. 28 см B. 21 см Г. 35 см

А Б В Г

✓

4. Периметр прямокутника дорівнює 16 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 2 см більша за другу.

Нехай перша сторона x , тоді друга $x+2$.

$$2 \cdot (x + x + 2) = 16$$

$$2x + 2x + 4 = 16$$

$$4x = 12$$

$$x = 3 \text{ см}$$

$$3 + 2 = 5 \text{ см}$$

Відповідь: 3 см і 5 см

5. $ABCD$ – ромб, $\angle CDB = 55^\circ$. Знайдіть кути ромба.

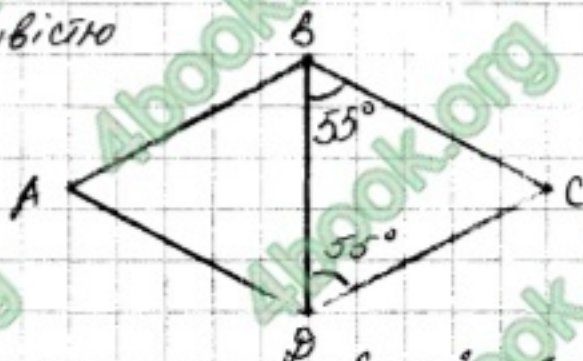
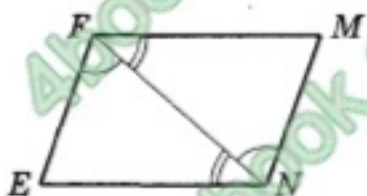
$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle BAD = \angle BCD; \angle ABC = \angle ADC \quad \left. \begin{array}{l} \text{за властивістю} \\ \text{ромба} \end{array} \right\}$$

$$\angle ADC = 2 \cdot \angle CDB = 55^\circ \cdot 2 = 110^\circ = \angle ABC$$

$$\angle BAD = (360 - (110 + 110)) / 2 = 70$$

$$\angle BAD = \angle BCD = 70$$

Відповідь: $70^\circ; 110^\circ; 70^\circ; 110^\circ$ 6. На малюнку $\angle EFN = \angle FNM$, $\angle FNE = \angle NFM$. Доведіть, що $EFMN$ – паралелограм.Розглянемо $\triangle FMN$ та $\triangle FEN$. FN – спільна сторона, $\angle MFN = \angle FNE$, $\angle EFN = \angle FNM$

Звідси

 $\triangle FMN = \triangle FEN$ – за стороною та прилеглими кутамиЗвідси $\angle FEN = \angle FMN$, а це означає, що $FM \parallel EN$, а $FE \parallel MN$ Доведено: $EFMN$ – паралелограм.

7. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 3, 4, 7. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?

Знаходимо, тому дорівнює 1 частину.

$$x + 3x + 4x + 7x = 360^\circ$$

$$15x = 360$$

$$x = 24^\circ$$

$$3x = 24 \cdot 3 = 72^\circ$$

$$4x = 24 \cdot 4 = 96^\circ$$

$$7x = 24 \cdot 7 = 168^\circ$$

Це опуклий чотирикутник, бо немає в ньому жодного кута більшого за 180° .

Відповідь: 24° ; 72° ; 96° ; 168° . Опуклий

8. Висоти, проведені з вершини тупого кута ромба, утворюють між собою кут 60° . Знайдіть кути ромба.

Розглянемо трикутники AM_1CN_2 .

$$\angle AM_1C = 90^\circ, \angle AN_2C = 90^\circ, \angle M_1AN_2 = 60^\circ$$

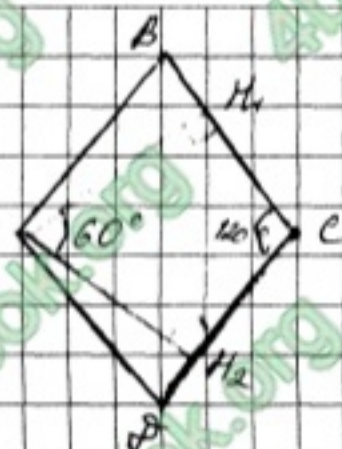
$$\text{Звідси: } \angle M_1CN_2 = 360 - 90 - 90 - 60 = 120$$

Розглянемо ромб $ABCD$:

$$\angle A = \angle C; \angle B = \angle D - \text{за властивістю ромба}$$

$$\angle C = \angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle D = 360 - 60 - 60 / 2 = 120^\circ$$



Відповідь: 60° ; 120° ; 60° ; 120°

9. Бісектриса кута B паралелограма $ABCD$ ділить сторону AD на два відрізки AK і KD так, що $AK : KD = 4 : 3$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 66 см.

Якщо $ABCD$ паралелограм, то

$AD \parallel BC$; BK - сім'я, тоді

$\angle 5 = \angle 6$, бо BK - бісектриса,

$\angle 6 = \angle 3$, як внутрішні накреслені кути

Виходить, що $\angle 3 = \angle 5$.

Звідси: $\triangle ABK$ - рівнобедренний

$AB = AK = 4$ частини

Маємо рівняння:

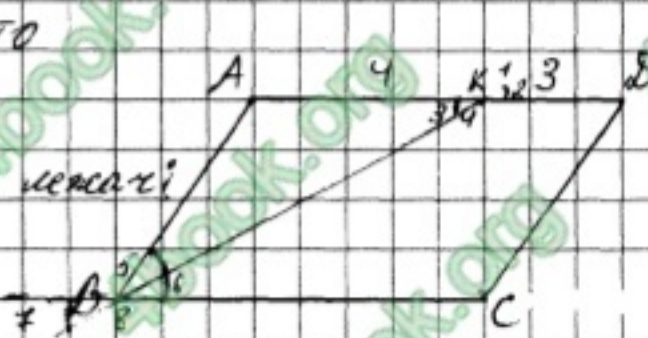
$$4x + 4x + 7x + 7x = 66$$

$$22x = 66$$

$$x = 3$$

$$AD = BC = 7 \cdot 3 = 21$$

$$4 \cdot 3 = 12 - AB = DC$$



Відповідь: 21 і 12 см

ВАРІАНТ 3

1. Укажіть, який з відрізків є діагоналлю чотирикутника $BLKT$.

- A. BK B. BL B. BT Г. KT

A	B	B	Г
✓			

2. Знайдіть тупий кут паралелограма, якщо його гострий кут дорівнює 25° .

- A. 145° B. 155° B. 65° Г. 165°

A	B	B	Г
	✓		

3. Знайдіть периметр квадрата, сторона якого дорівнює 9 см.

- A. 18 см B. 27 см B. 36 см Г. 54 см

A	B	B	Г
		✓	

4. Периметр прямокутника дорівнює 28 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 4 см менша за другу.

Нехай перша сторона x см, тоді друга $x-4$.

Маємо рівняння:

$$2 \cdot (x + x - 4) = 28$$

$$2x + 2x - 8 = 28$$

$$4x = 36$$

$$x = 9 \text{ см}$$

$$9 + 4 = 13 \text{ см}$$

Відповідь: 9 і 13 см

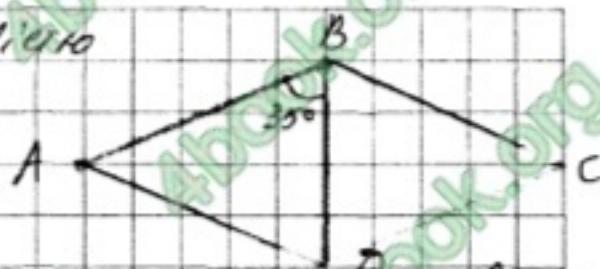
5. $ABCD$ – ромб, $\angle ABD = 35^\circ$. Знайдіть кути ромба.

$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle BAD = \angle BCD; \angle ABC = \angle ADC \quad \left. \begin{array}{l} \text{за властивістю} \\ \text{ромба} \end{array} \right\}$$

$$\angle ABC = \angle ABD \cdot 2 = 35^\circ \cdot 2 = 70^\circ = \angle ADC$$

$$\angle BAD = \angle BCD = (360 - (70 + 70)) / 2 = 110^\circ$$

Відповідь: $110^\circ; 70^\circ; 110^\circ; 70^\circ$ 6. На малюнку $CD = KL$, $\angle CDL = \angle DLK$. Доведіть, що $CDKL$ – паралелограм.Зкизо $DK \parallel CL$, тоді: $\angle CDL = \angle DLK$, а $\angle LDK = \angle CLD$. тоді:

$$\triangle DKL = \triangle DCL$$

Звідси:

$$\angle DKL = \angle DCL; DK = CL \quad \text{Звідси вистіає, що}$$

 $CDKL$ – паралелограм.

7. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 2, 4, 8. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?

Знаходимо x тому = 1 частина.

$$x + 2x + 4x + 8x = 360$$

$$15x = 360$$

$$x = 24^\circ$$

$$2x = 24 \cdot 2 = 48^\circ$$

$$4x = 24 \cdot 4 = 96^\circ$$

$$8x = 24 \cdot 8 = 192^\circ$$

Це неопуклий чотирикутник, бо в ньому є кут більший за 180° .

Відповідь: $24^\circ; 48^\circ; 96^\circ; 192^\circ$. Неопуклий

8. Висоти, проведені з вершини гострого кута ромба, утворюють між собою кут 130° . Знайдіть кути ромба.

Розглянемо чотирикутник H_1BH_2D

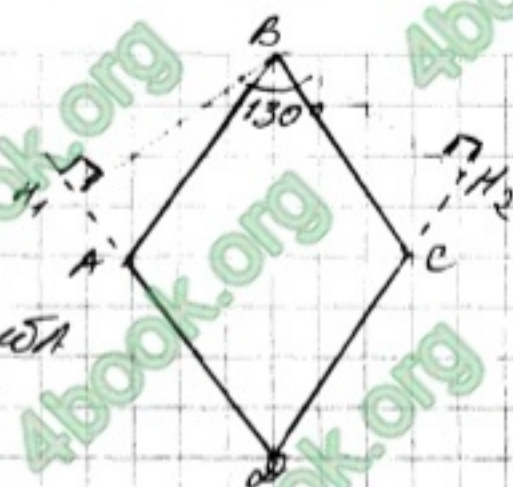
$$\angle B H_1 D = 90^\circ; \angle B H_2 D = 90^\circ; \angle H_1 B H_2 = 130^\circ$$

$$\text{Звідси: } \angle D = 360 - 90 - 90 - 130 = 50^\circ$$

Розглянемо ромб $ABCD$

$$\angle ADC = \angle ABC = 60^\circ - \text{за властивістю ромба}$$

$$\angle BAD = \angle BCD = (360 - 120) / 2 = 120^\circ$$



Відповідь: $60^\circ; 120^\circ; 60^\circ; 120^\circ$

9. Бісектриса кута A паралелограма $ABCD$ ділить сторону BC на відрізки BK і KC так, що $BK : KC = 2 : 7$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 110 см.

Якщо $ABCD$ паралелограм, тоді:

$BC \parallel AD$, AK - січна:

$$\angle 6 = \angle 3 - \text{як внутр. різностор. (накресл. лінії)}$$

$$\angle 6 = \angle 5 - \text{бо } AK - \text{бісектр.}$$

$$\angle 6 = \angle 5 = \angle 3. \text{ Звідси:}$$

$\triangle ABK$ - рівнобедренний.

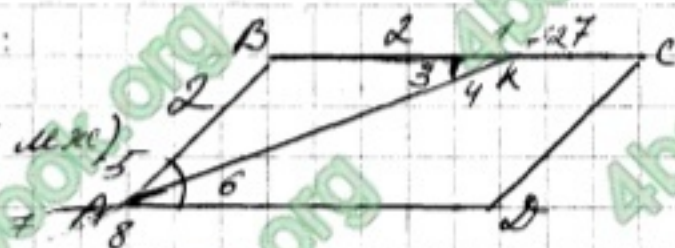
$$\text{Тоді: } 3x + 3x + 2x + 2x = 110$$

$$12x = 110$$

$$x = 5 \text{ см} - \text{одна частина}$$

$$x \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ см} - AB = CD$$

$$9 \cdot 5 = 45 \text{ см} = BC = AD$$



Відповідь: 10 см і 45 см

ВАРІАНТ 4

1. Укажіть, який з відрізків є діагоналлю чотирикутника $CLMK$.

- A. MK B. CL B. LM Г. CM

2. Знайдіть гострий кут паралелограма, якщо його тупий кут дорівнює 110° .

- A. 70° B. 20° B. 60° Г. 80°



3. Знайдіть сторону квадрата, якщо його периметр дорівнює 24 см.

- A. 8 см B. 6 см B. 4 см Г. 12 см



4. Периметр прямокутника дорівнює 20 см. Знайдіть його сторони, якщо одна з них на 4 см більша за другу.

Нехай перша сторона x , тоді друга $x+4$ см
Маємо рівняння:

$$2(x + x + 4) = 20$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

$$3 + 4 = 7$$

Відповідь: 3 см і 7 см

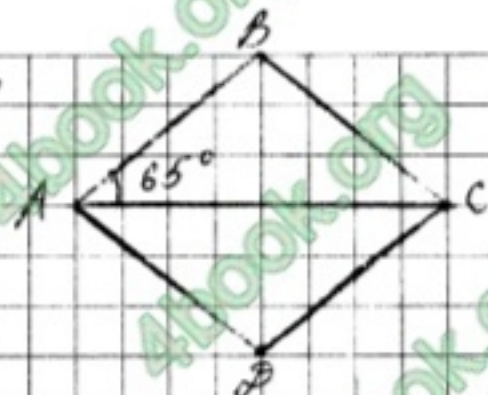
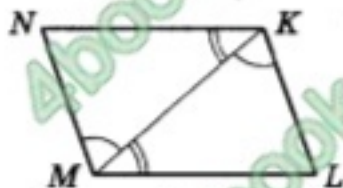
5. $ABCD$ – ромб, $\angle BAC = 65^\circ$. Знайдіть кути ромба.

$$AB = BC = CD = DA$$

$$\angle ABC = \angle ADC; \angle BAD = \angle BCD \quad \left. \begin{array}{l} \text{за властивістю} \\ \text{ромба} \end{array} \right\}$$

$$\angle BAD = 2 \cdot \angle BAC = 2 \cdot 65 = 130^\circ = \angle BCD$$

$$\angle ABC = \angle ADC = (360 - 130 - 130) / 2 = 50^\circ$$

Відповідь: $50^\circ; 130^\circ; 50^\circ; 130^\circ$ 6. На малюнку $\angle NMK = \angle MKL$, $\angle NKM = \angle KML$. Доведіть, що $MNKL$ – паралелограм.Розглянемо $\triangle MNK$ і $\triangle KML$.

$\triangle MNK = \triangle KML$ – за стороною і прилеглими кутами. MK – спільна сторона.

Роз $\triangle MNK = \triangle KML$, то

$$NK = ML; \angle MNK = \angle KLM; NM = KL$$

Це означає, що:

 $MNKL$ – паралелограм

7. Знайдіть кути чотирикутника, якщо вони пропорційні числам 1, 5, 6, 8. Опуклим чи неопуклим є цей чотирикутник?

Знаходимо, тому дорівнює одна частина.

$$x + 5x + 6x + 8x = 360^\circ$$

$$20x = 360^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

$$5x = 18 \cdot 5 = 90^\circ$$

$$6x = 18 \cdot 6 = 108^\circ$$

$$8x = 18 \cdot 8 = 144^\circ$$

Це опуклий чотирикутник, бо немає жодного кута більшого за 180° .

Відповідь: $18^\circ; 90^\circ; 108^\circ; 144^\circ$. Опуклий.

8. Висоти, проведені з вершини тупого кута ромба, утворюють між собою кут 30° . Знайдіть кути ромба.

Розглянемо чотирикутник AH_1CH_2 .

$\angle AH_1C = 90^\circ$; $\angle AH_2C = 90^\circ$; $\angle H_1AH_2 = 30^\circ$; звідси:

$$360 - 90 - 90 - 30 = 150^\circ = \angle H_1CH_2$$

$$\angle H_1CH_2 = \angle BCD = 150^\circ$$

Розглянемо $ABCD$

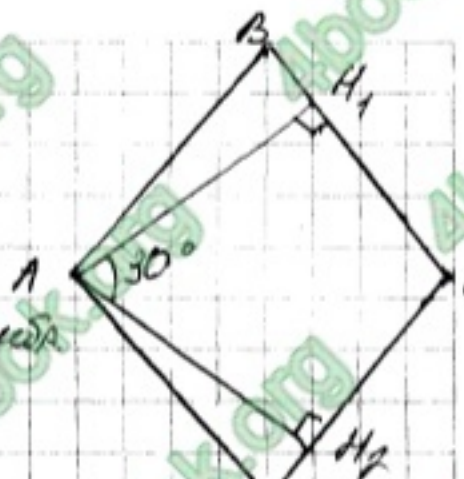
$\angle A = \angle C$; $\angle BAD = \angle BCD$; $\angle ABC = \angle ADC$ - за власт. ромба

Звідси:

$$\angle BCD = \angle BAD = 150^\circ$$

$$\angle ABC = \angle ADC = (360 - 150 - 150) / 2 = 30^\circ$$

Відповідь: $30^\circ; 150^\circ; 30^\circ; 150^\circ$



9. Бисектриса кута C паралелограма $ABCD$ ділить сторону AD на відрізки DM і MA так, що $DM : MA = 5 : 2$. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його периметр дорівнює 48 см.

Якщо $ABCD$ паралелограм, то:

$DA \parallel CB$, CM - сім'я, тоді:

$\angle 3 = \angle 7$ - як внутр. накресл. кутки

$\angle 1 = \angle 6$ - бо CM - бисектриса

$\angle 6 = \angle 7 = \angle 3$ - звідси:

$\triangle CDM$ - рівнобедренний

$CD = DM = 5$ частин

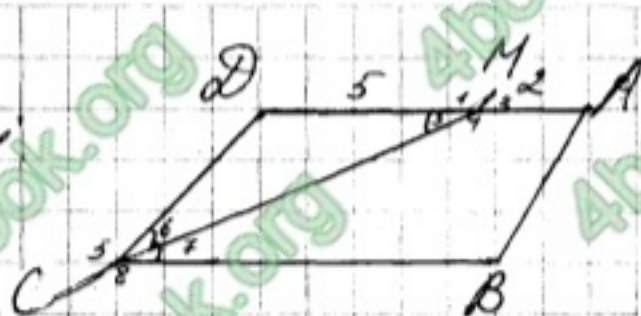
$$5x + 5x + 7x + 7x = 48 \text{ см}$$

$x = 2$ - одна частина

$$5 \cdot 2 = 10 \text{ см} = CD = AB$$

$$7 \cdot 2 = 14 \text{ см} = DA = CB$$

Відповідь: 10 см і 14 см



ВАРІАНТ 1

А Б В Г



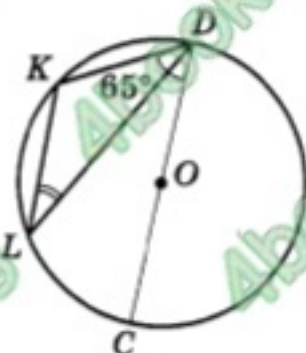
1. Два кути трапеції дорівнюють
- 40°
- і
- 130°
- . Знайдіть два інших її кути.

А. 50° і 40° Б. 130° і 40° В. 140° і 50° Г. 150° і 40°

2. Чи можна вписати коло в чотирикутник, сторони якого в порядку слідування відносяться як
- $7 : 4 : 3 : 6$
- ?

Можна, бо:
 $7 + 3 = 4 + 6$ Відповідь: можна

- 3.
- O
- центр кола,
- $\angle KDC = 65^\circ$
- . Знайдіть
- $\angle KLD$
- .



$$\angle KLD = \angle KDC : 2$$

Зв'язуємо:

$$\angle KLD = 2 \cdot 65^\circ : 2 = 32,5^\circ$$

Відповідь: $32,5^\circ$

4. У рівнобічній трапеції
- $ABCD$
- AB
- більша основа,
- $AB = AC$
- ,
- $\angle CAD = 36^\circ$
- . Знайдіть гострий кут трапеції.

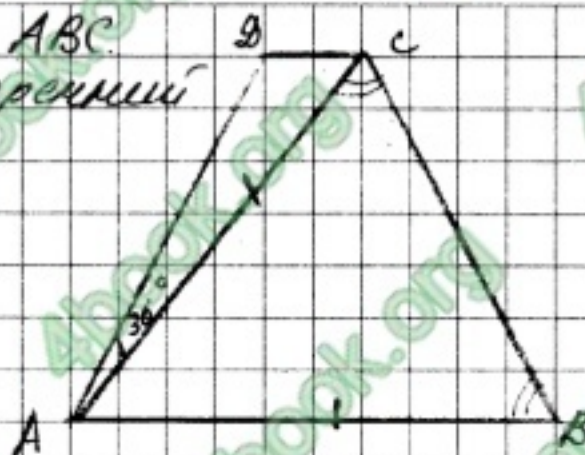
Довівши AC , у нас вийшов $\triangle ABC$.
Тоді як $AB = AC$, то $\triangle ABC$ – рівнобедрений.
Тоді: $\angle ACB = \angle CBA$.

Зв'язуємо:

$$x + x + x - 36 = 180^\circ$$

$$3x = 216^\circ$$

$$x = 72^\circ - \text{гострий кут}$$

Відповідь: 72°

ВАРІАНТ 2

А Б В Г

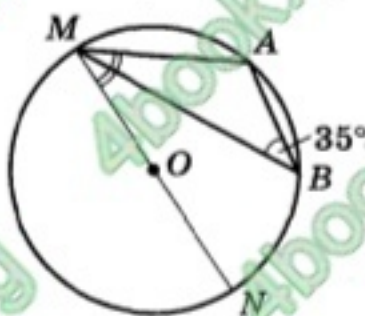
✓

1. Два кути трапеції дорівнюють 50° і 120° . Знайдіть два інших її кути.А. 130° і 60° Б. 40° і 30° В. 120° і 50° Г. 140° і 60° 2. Чи можна вписати коло в чотирикутник, сторони якого в порядку слідування відносяться як $4 : 7 : 6 : 2$?

Не можна, бо:

$$4 + 6 \neq 7 + 2$$

Відповідь: Не можна

3. O – центр кола, $\angle MBA = 35^\circ$. Знайдіть $\angle NMA$.

$$\angle NMA = 2 \angle MBA$$

$$\angle NMA = 2 \cdot 35^\circ = 70^\circ$$

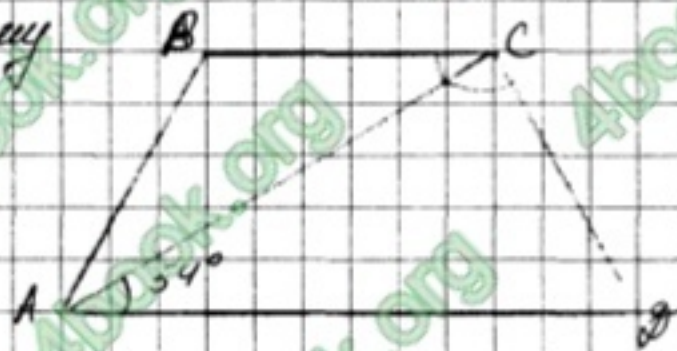
Відповідь:

4. $ABCD$ – рівнобічна трапеція, BC – її менша основа, $BC = CD$, $\angle ACD = 54^\circ$. Знайдіть тупий кут трапеції.Виходить, що AC – діагональ, тому

$$\angle BSA = \angle ACD$$

 $BC \parallel AD$, тому AC – є січною.Тоді: $\angle CAD = \angle BSA$ – як внутрішні накрест лежачі.

$$\angle CAD = \angle BSA = 54^\circ$$

Тоді $\angle BCD = 54^\circ + 54^\circ = 108^\circ$ – тупий кутВідповідь: 108°

ВАРІАНТ 3

А Б В Г

✓

1. Два кути трапеції дорівнюють 140° і 30° . Знайдіть два інших її кути.

А. 50° і 60° Б. 40° і 150° В. 30° і 140° Г. 50° і 150°

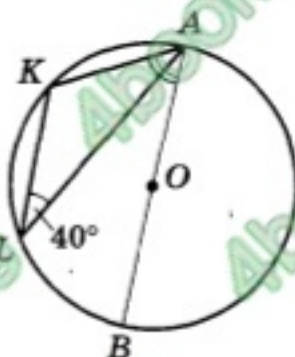
2. Чи можна вписати коло в чотирикутник, сторони якого в порядку слідування відносяться як $8 : 5 : 2 : 6$?

Не можна, бо:

$$8 + 2 \neq 5 + 6$$

Відповідь:

3. O – центр кола, $\angle KLA = 40^\circ$. Знайдіть $\angle KAB$.



$$\angle KAB = 2 \cdot \angle KLA$$

$$\angle KAB = 2 \cdot 40 = 80^\circ$$

Відповідь: 80°

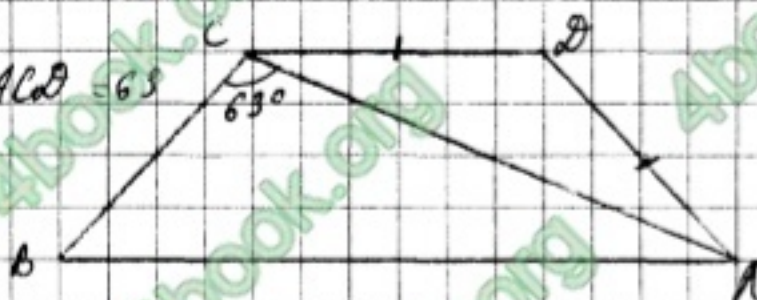
4. $ABCD$ – рівнобічна трапеція, CD – її менша основа, $CD = AD$, $\angle ACB = 63^\circ$. Знайдіть гострий кут трапеції.

CA – діагональ трапеції $ABCD$.

$ABCD$ – рівнобічна, тому $\angle ACB = \angle ACD = 63^\circ$

$$\angle BCD = \angle ACD + \angle ACB = 63^\circ + 63^\circ = 126^\circ$$

$$\angle CBA = 180 - 126 = 54^\circ$$



Відповідь: 54°

ВАРІАНТ 4

А Б В Г

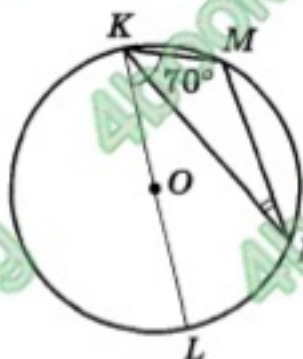
✓

1. Два кути трапеції дорівнюють 150° і 70° . Знайдіть два інших її кути.А. 60° і 20° Б. 30° і 100° В. 70° і 150° Г. 30° і 110° 2. Чи можна вписати коло в чотирикутник, сторони якого в порядку слідування відносяться як $3 : 8 : 7 : 2$?

Так (Да). Можна, бо

$$3 + 7 = 8 + 2$$

Відповідь: Можна

3. O – центр кола, $\angle LKM = 70^\circ$. Знайдіть $\angle KNM$.

$$\angle KNM = \frac{\angle LKM}{2}$$

$$\angle KNM = 70/2 = 35^\circ$$

Відповідь: 35° 4. У рівнобічній трапеції $ABCD$ AD – більша основа, $AD = AB$, $\angle BAC = 27^\circ$. Знайдіть тупий кут трапеції.

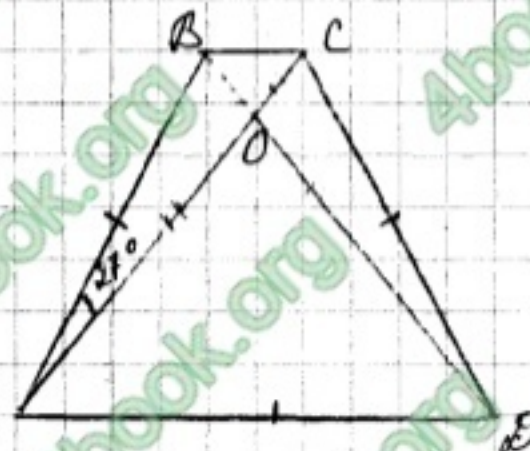
Розберемо другу діагональ BD ; тоді:
 $BD = BC$; $AD = CD$; $BO = OC$ – бо $AD = AB = CD$
 Знайдемо кут AOB : Нехай кут $AOB = x^\circ$
 $x + 2(x - 27) = 180$
 $3x = 234$
 $x = 78^\circ - \angle AOB$

 $\angle AOB = \angle BOC$ – як вертикальні. $\triangle BOC$ – рівнобедрений, тоді:

$$\angle BCO = \angle OBC = (180 - 78)/2 = 51^\circ$$

$$\text{Тоді } \angle BCD = 51^\circ \cdot 2 = 102^\circ$$

Відповідь:

 102° 

ВАРІАНТ 1

1. Основи трапеції дорівнюють 6 см і 16 см. Укажіть довжину середньої лінії трапеції.

A. 8 см B. 10 см B. 11 см Г. 3 см

А Б В Г
✓

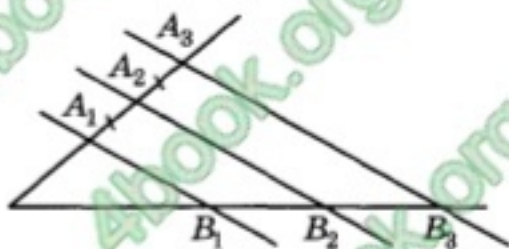
2. Відрізок, що сполучає середини бічних сторін рівнобедреного трикутника, дорівнює 7 см. Знайдіть основу трикутника.

$$\text{Середня лінія } L = \frac{\text{Основа}}{2}$$

$$\text{Основа} = C/2 = 2 \cdot 7 = 14 \text{ см}$$

Відповідь: 14 см

3. На малюнку $A_1A_2 = A_2A_3$, $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$, $A_1A_2 : B_1B_2 = 5 : 6$, $B_2B_3 - A_2A_3 = 7$ см. Знайдіть довжину відрізка B_1B_3 .



$$A_1A_2 = 5x; \quad B_1B_2 = 6x$$

Маємо:

$$6x - 5x = 7 \text{ см}$$

$$x = 7 \text{ см}$$

$$\text{Якщо } B_1B_2 = 7 \text{ см, то } B_1B_3 = 7 \cdot 2 = 14 \text{ см}$$

Відповідь: 14 см

4. Діагоналі трапеції ділять її середню лінію на три частини. Знайдіть довжини цих частин, якщо основи трапеції дорівнюють 8 см і 10 см.

$$\text{Середня лінія трапеції} = (8 + 10) / 2 = 9 \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle ABC$:

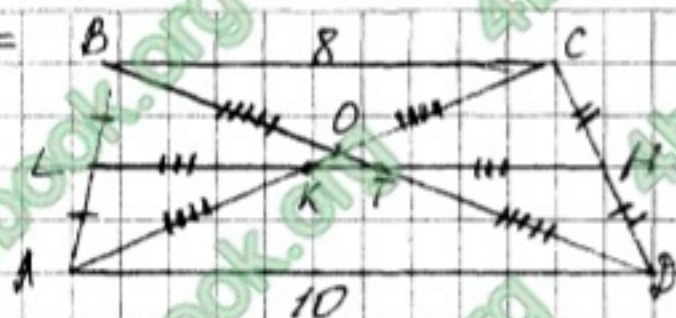
$AK = KC$, тоді

LK - середня лінія $\triangle ABC$.

$$LK = \frac{8}{2} = 4 \text{ см}$$

$LK = TM = 4$ см - за властивістю трапеції.

$$KT = 9 - (4 + 4) = 1 \text{ см}$$

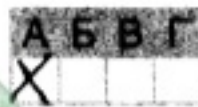


Відповідь: 4; 1; 4.

ВАРІАНТ 2

1. Основи трапеції дорівнюють 8 см і 18 см. Укажіть довжину середньої лінії трапеції.

А. 13 см Б. 4 см В. 9 см Г. 12 см



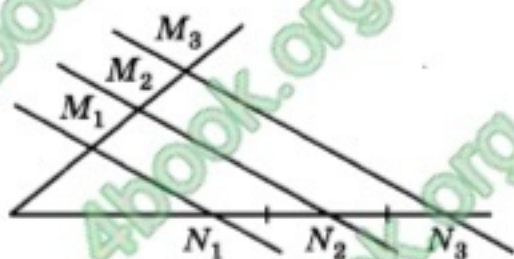
2. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 26 см. Знайдіть довжину відрізка, що сполучає середини бічних сторін трикутника.

$$\text{Середня лінія} = \frac{\text{Основа}}{2}$$

$$\text{Сер. лінія} = 26 : 2 = 13 \text{ см}$$

Відповідь: 13 см

3. На малюнку $N_1N_2 = N_2N_3$, $M_1N_1 \parallel M_2N_2 \parallel M_3N_3$, $N_1N_2 : M_1M_2 = 5 : 4$, $N_2N_3 - M_2M_3 = 4$ см. Знайдіть довжину відрізка M_1M_3 .



$$N_1N_2 = N_2N_3 = 5x$$

$$M_1M_2 = M_2M_3 = 4x$$

$$\text{Маємо:}$$

$$5x - 4x = 4$$

$$x = 4$$

$$M_1M_3 = 4x \cdot 2$$

$$M_1M_3 = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32 \text{ см}$$

Відповідь: 32 см

4. Діагоналі трапеції ділять її середню лінію на три частини. Знайдіть довжини цих частин, якщо основи трапеції дорівнюють 10 см і 12 см.

LN - середня лінія ABCD

$$LN = (AD + BC) / 2 = (10 + 12) / 2 = 11 \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle ABC$:

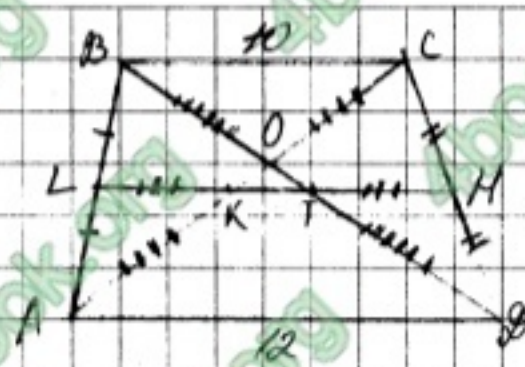
$$AK = KC, \text{ тоді:}$$

LK - середня лінія $\triangle ABC$

$$LK = 10 : 2 = 5 \text{ см}$$

$$LK = TN = 5 \text{ см} - \text{за властив. трапеції.}$$

$$KT = 11 - (5 + 5) = 1 \text{ см}$$

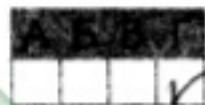


Відповідь: 5 см; 1 см; 5 см.

ВАРІАНТ 3

1. Укажіть довжину середньої лінії трапеції, основи якої дорівнюють 4 см і 14 см.

A. 10 см B. 7 см B. 2 см Г. 9 см

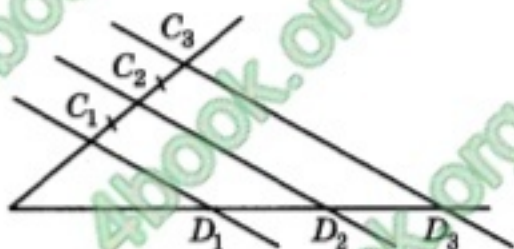


2. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 16 см. Знайдіть довжину відрізка, що сполучає середини бічних сторін трикутника.

$$\frac{\text{Основа}}{2} = \text{Середня лінія} \quad \frac{16}{2} = 8 \text{ см}$$

Відповідь: 8 см

3. На малюнку $C_1C_2 = C_2C_3$, $C_1D_1 \parallel C_2D_2 \parallel C_3D_3$, $D_1D_2 : C_1C_2 = 7 : 5$, $D_2D_3 - C_2C_3 = 6$ см. Знайдіть довжину відрізка D_1D_3 .



$$C_1C_2 = C_2C_3 = 7x$$

$$D_1D_2 = D_2D_3 = 5x$$

$$\text{Малюнок}$$

$$7x - 5x = 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$D_1D_3 = 2(5x)$$

$$D_1D_3 = 2(5 \cdot 3) = 30 \text{ см}$$

Відповідь: 30 см

4. Діагоналі трапеції ділять її середню лінію на три частини. Знайдіть довжини цих частин, якщо основи трапеції дорівнюють 6 см і 16 см.

LN - середня лінія ABCD

$$LN = (BC + AD) / 2 = (6 + 16) / 2 = 11 \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle ABC$

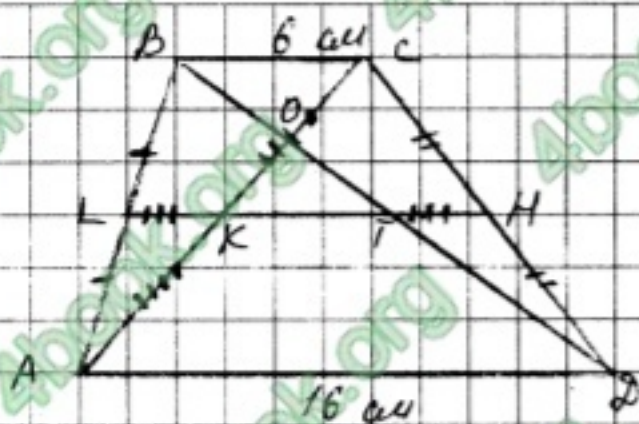
$AK = KC$, тоді:

LK - середня лінія $\triangle ABC$

$$LK = 6 : 2 = 3 \text{ см}$$

$LK = TN = 3 \text{ см}$ - за власт. діагоналі трап.

$$KT = 11 - (3 + 3) = 5 \text{ см}$$



Відповідь: 3 см, 5 см, 3 см.

ВАРІАНТ 4

1. Укажіть довжину середньої лінії трапеції, основи якої дорівнюють 4 см і 18 см.

А. 2 см Б. 11 см В. 9 см Г. 10 см

А Б В Г
✓

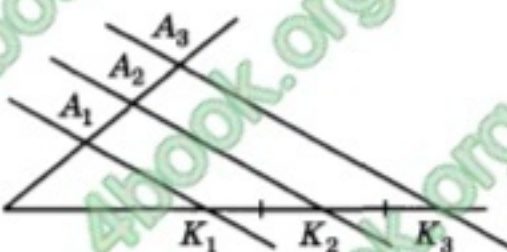
2. Відрізок, що сполучає середини бічних сторін рівнобедреного трикутника, дорівнює 8 см. Знайдіть основу трикутника.

$$\text{Основа} = 2 \cdot \text{середню лінію}$$

$$\text{Основа} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ см}$$

Відповідь: 16 см

3. На малюнку $K_1K_2 = K_2K_3$, $A_1K_1 \parallel A_2K_2 \parallel A_3K_3$, $K_1K_2 : A_1A_2 = 3 : 2$, $K_2K_3 - A_2A_3 = 5$ см. Знайдіть довжину відрізка A_1A_3 .



$$K_1K_2 = K_2K_3 = 3x$$

$$A_1A_2 = A_2A_3 = 2x$$

$$\text{що ємо:}$$

$$3x - 2x = 5$$

$$x = 5 \text{ см}$$

$$A_1A_3 = 2(2 \cdot 5) = 20 \text{ см}$$

Відповідь: 20 см

4. Діагоналі трапеції ділять її середню лінію на три частини. Визначте довжини цих частин, якщо основи трапеції дорівнюють 6 см і 14 см.

LN - середня лінія ABCD

$$LN = (BC + AD) / 2 = (6 + 14) / 2 = 10 \text{ см}$$

Розглянемо $\triangle ABC$. $AK = KC$

LK - середня лінія $\triangle ABC$

$$LK = 6 : 2 = 3 \text{ см}$$

$$LK = TN = 3 \text{ см} - \text{за властив. трапеції}$$

$$10 \text{ см} - 3 - 3 = 4 \text{ см} - KT$$

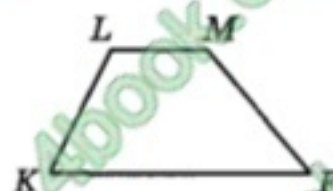


Відповідь: 3 см; 4; 3 см

ВАРІАНТ 1

1. Укажіть бічні сторони трапеції, зображеної на малюнку.

А. KF і LM Б. KF і KL
В. LM і MF Г. KL і MF



А Б В Г
✓

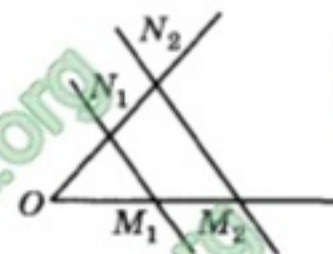
2. Знайдіть градусну міру кута, вписаного в коло, якщо відповідний йому центральний кут дорівнює 80° .

А. 80° Б. 40° В. 160° Г. 20°

А Б В Г
✓

3. Дано: $M_1N_1 \parallel M_2N_2$, $OM_1 = M_1M_2$, $ON_1 = 4$ см.
Знайти: ON_2 .

А. 6 см Б. 9 см
В. 8 см Г. 7 см



А Б В Г
✓

4. Знайдіть кути M і N чотирикутника $MNKL$, вписаного в коло, якщо $\angle K = 120^\circ$, $\angle L = 40^\circ$.

Зроґда леґені куґи чотирікутника вписаного в коло = 180°

Тоді:

$$\angle M = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle N = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

Відповідь: 60° , 140°

5. Сторони трикутника дорівнюють 6 см, 8 см і 10 см. Знайдіть периметр трикутника, сторонами якого є середні лінії даного трикутника.

$$6 : 2 = 3 \text{ см}; \quad 8 : 2 = 4 \text{ см}; \quad 10 : 2 = 5 \text{ см}$$

Звідси:

$$3 + 4 + 5 = 12 \text{ см}$$

Відповідь: 12 см

6. Середня лінія трапеції дорівнює 10 см. Знайдіть основи трапеції, якщо одна з них на 2 см більша за другу.

Маємо рівняння:

$$\frac{x + x + 2}{2} = 10$$

$$2x + 2 = 20$$

$$2x = 18$$

$$x = 9 \text{ см}$$

$$9 + 2 = 11 \text{ см}$$

Відповідь: 9 см; 11 см

7. У рівнобічну трапецію, периметр якої 28 см, вписано коло. Знайдіть бічну сторону трапеції.

Якщо в трапецію вписано коло, то:
сума основ = сумі бічних сторін.

Звідси:

$$28 : 2 = 14 \text{ см}$$

Трапеція рівнобічна, тому $14 : 2 = 7 \text{ см}$

Відповідь: 7 см

8. У прямокутній трапеції тупий кут дорівнює 120° , а більша бічна сторона і більша основа дорівнюють по 16 см. Знайдіть меншу основу трапеції.

ABCD - прямокутна трапеція

Знаходимо $\angle D = 360 - (180 + 120) = 60^\circ$

CL - висота.

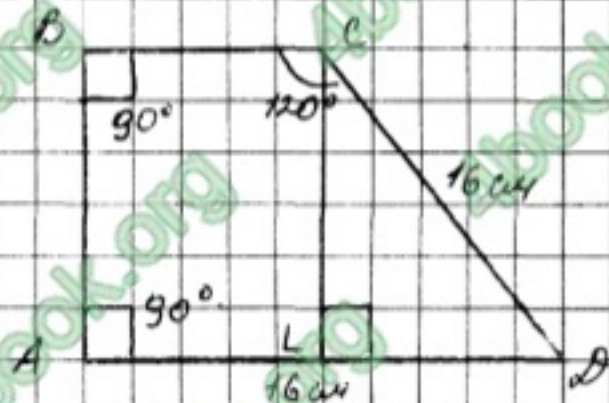
Розглянемо $\triangle CDL$.

Знайдемо: $\angle C = 180 - 90 - 60 = 30^\circ$

Тоді $LD = \frac{1}{2} CD$ - за теоремою

$$LD = 8 \text{ см}, AL = BC = AD - LD$$

$$AL = BC = 16 - 8 = 8 \text{ см}$$



Відповідь: 8 см

9. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її тупий кут навпіл, а середню лінію - на відрізки 4 см і 5 см. Знайдіть периметр трапеції.

ABCD - рівнобічна трапеція

$BC \parallel AD$, AC - діагональ, тоді: $\angle BAC = \angle CAD$, як внутр. накрес. лежачі.

$\angle BCA = \angle ACD$ - за умовою, звідси:

$\angle BAC = \angle ACD = \angle CAD = \angle BCA$. Маємо, що:

$\triangle ACD$ - рівнобедренний. $CH = HD$;

Знаходимо:

КН - сер. лінія $\triangle ACD$

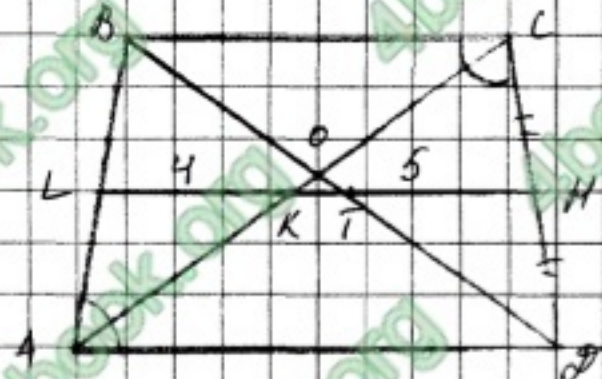
$$AD = KN \cdot 2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ см}$$

$$DA = CD = BA = 10 \text{ см}$$

LN - сер. лінія $\triangle ABC$

$$BC = LN \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}$$

$$P_{ABCD} = 10 + 10 + 10 + 8 = 38 \text{ см}$$

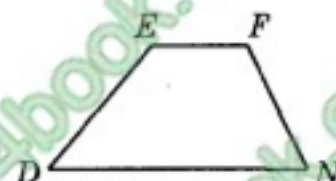


Відповідь: 38 см

ВАРІАНТ 2

1. Укажіть основи трапеції, зображеної на малюнку.

А. $DN \perp DE$ Б. $DN \perp EF$
В. $DE \perp FN$ Г. $EF \perp FN$



А Б В Г
✓

2. Знайдіть градусну міру центрального кута, якщо відповідний йому вписаний кут дорівнює 30° .

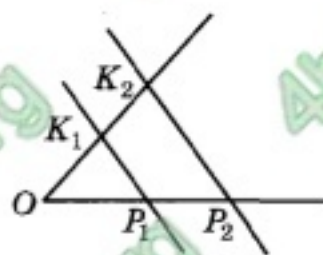
А. 30° Б. 90° В. 15° Г. 60°

А Б В Г
✓

3. Дано: $K_1P_1 \parallel K_2P_2$, $OP_1 = P_1P_2$, $K_1K_2 = 5$ см.

Знайти: OK_2 .

А. 10 см Б. 12 см
В. 9 см Г. 15 см



А Б В Г
✓

4. Знайдіть кути А і В чотирикутника ABCD, вписаного в коло, якщо $\angle C = 70^\circ$, $\angle D = 110^\circ$.

Кут протилежні кути чотирикутника вписаного в коло = 180°
Звідки:

$$\angle A = 180 - 110 = 70^\circ$$

$$\angle B = 180 - 70 = 110^\circ$$

Відповідь: 70° , 110°

5. Знайдіть периметр трикутника, якщо його середні лінії дорівнюють 5 см, 7 см і 8 см.

$$\text{Середня лінія} = \frac{\text{Сторона}}{2}$$

$$\text{Сторона} = 2 \cdot \text{СЛ}$$

$$5 \cdot 2 = 10 \text{ см}$$

$$7 \cdot 2 = 14 \text{ см}$$

$$8 \cdot 2 = 16 \text{ см}$$

$$P = 10 + 14 + 16 = 40 \text{ см}$$

Відповідь: 40 см

6. Середня лінія трапеції дорівнює 12 см. Знайдіть основи трапеції, якщо одна з них на 4 см менша від другої.

Маємо рівняння:

$$\frac{x + x - 4}{2} = 12$$

$$2x - 4 = 24$$

$$2x = 28$$

$$x = 14 \text{ см}$$

$$14 - 4 = 10 \text{ см}$$

Відповідь: 14 см, 10 см

7. Коло вписане в рівнобічну трапецію. Знайдіть периметр трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 5 см.

Якщо в трапецію вписано коло, то
сума основ = сумі бічних сторін

Звідси:

Трапеція рівнобічна, тому $5 + 5 = 10$ см
 10 см = 10 см

$$P = 10 + 10 = 20 \text{ см}$$

Відповідь: 20 см

8. У прямокутній трапеції гострий кут дорівнює 60° , а більша основа і більша бічна сторона дорівнюють по 18 см. Знайдіть меншу основу трапеції.

ABCD - прямокутна трапеція

CL - висота із кута C

Розглянемо $\triangle CDL$. $\angle$ він прямикутний.

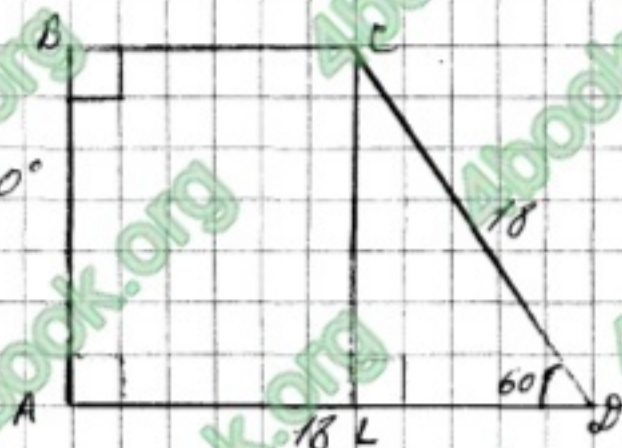
$$\angle LCD = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$LD = \frac{1}{2} CD$ - як катет, лежачий проти $\angle 30^\circ$

$$LD = 9 \text{ см}$$

$$AL = 18 - 9 = 9 \text{ см}$$

$$BC = AL = 9 \text{ см}$$



Відповідь: 9 см

9. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її гострий кут навпіл, а середню лінію - на відрізки 3 см і 4 см. Знайдіть периметр трапеції.

ABCD - рівнобічна трапеція

BC || AD, AC представимо ж вісню:

$\angle BAC = \angle ACD$ - ж внутр накрест лежачі, тоді:

$\angle BAC = \angle CAD = \angle BCA = \angle ACD$. Звідси:

$\triangle ABC$ - рівнобедренний. LH ділить AC навпіл.

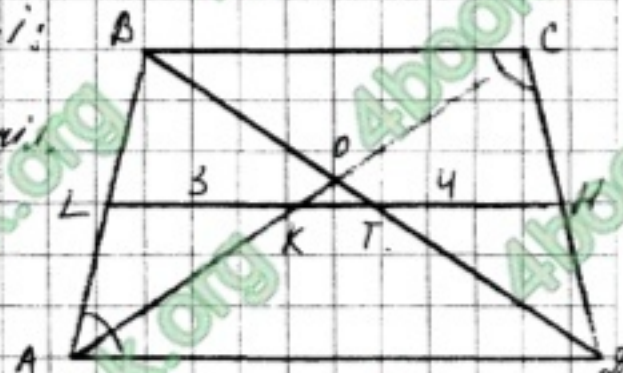
$AK = KC$, $\angle K$ - сер. ліній $\triangle ABC$

тоді: $BC = 2 \cdot LK = 2 \cdot 3 = 6$ см $BC = AB = CD$

KH - сер. ліній $\triangle ACD$

$AD = KH \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$ см

$$P_{ABCD} = 8 + 6 + 6 + 6 = 24 \text{ см}$$

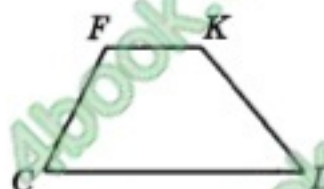


Відповідь: 24 см

ВАРІАНТ 3

1. Укажіть основи трапеції, зображеної на малюнку.

А. CL і CF Б. FK і KL
 В. CL і FK Г. CF і KL



А	Б	В	Г
		☒	

2. Знайдіть градусну міру кута, вписаного в коло, якщо відповідний йому центральний кут дорівнює
- 60°
- .

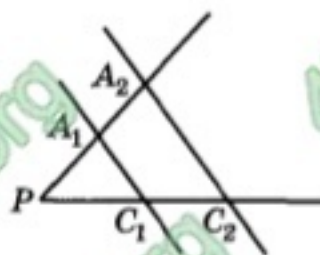
А. 30° Б. 60° В. 15° Г. 120°

А	Б	В	Г
☒			

3. Дано:
- $A_1C_1 \parallel A_2C_2$
- ,
- $PA_1 = A_1A_2$
- ,
- $PC_1 = 3$
- см.

Знайти: PC_2 .

А. 9 см Б. 6 см
 В. 7 см Г. 5 см



А	Б	В	Г
		☒	

4. Знайдіть кути
- P
- і
- L
- чотирикутника
- $MNPL$
- , вписаного в коло, якщо
- $\angle M = 140^\circ$
- ,
- $\angle N = 30^\circ$
- .

Протилеглі кути чотирикутника вписаного в коло $= 180^\circ$
 Звідси:
 $\angle P = 180 - 140 = 40^\circ$
 $\angle L = 180 - 30 = 150^\circ$

Відповідь: $40^\circ, 150^\circ$

5. Сторони трикутника дорівнюють 8 см, 12 см і 14 см. Знайдіть периметр трикутника, сторонами якого є середні лінії даного трикутника.

Середня лінія = $\frac{\text{сторона}}{2}$

$$8 : 2 = 4 \text{ см}$$

$$12 : 2 = 6 \text{ см}$$

$$14 : 2 = 7 \text{ см}$$

$$P_{\Delta} = 4 + 6 + 7 = 17 \text{ см}$$

Відповідь: 17 см

6. Середня лінія трапеції дорівнює 6 см. Знайдіть основи трапеції, якщо одна з них на 2 см менша від другої.

Маємо рівняння:

$$\frac{x + x - 2}{2} = 6$$

$$2x = 14$$

$$x = 7 \text{ см}$$

$$7 - 2 = 5 \text{ см}$$

Відповідь: 7 см; 5 см

7. Коло вписане в рівнобічну трапецію, периметр якої 24 см. Знайдіть бічну сторону трапеції.

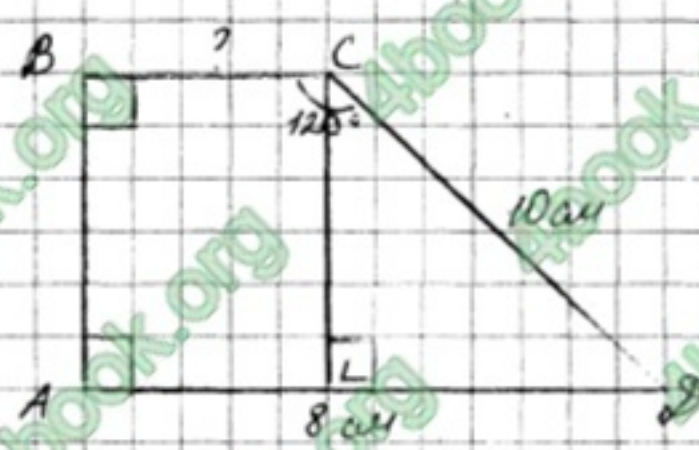
Якщо коло вписано в трапецію, то:
 Сума основ = сумі бічних сторін
 $24 : 2 = 12$ см - сума бічних.
 $12 : 2 = 6$ см - бічна сторона

Трапеція рівнобічна, тому:

Відповідь: 6 см

8. У прямокутній трапеції тупий кут дорівнює 120° , більша бічна сторона - 10 см, а більша основа - 8 см. Знайдіть меншу основу трапеції.

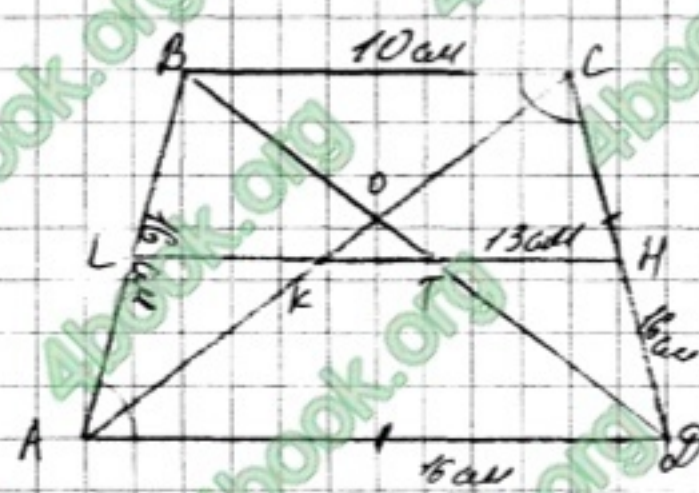
ABCD - прямокутна трапеція:
 Знаходимо $\angle D$:
 $\angle D = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 CL - висота. маємо $\triangle CDL$
 $\angle CDL$ - прямокутний.
 $\angle LCB = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
 $LD = \frac{1}{2} CD$ - як катет, протилежний $\angle 30^\circ$
 $LD = 5$ см
 $AL = BC$
 $AL = BC = 8 - 5 = 3$ см



Відповідь: 3 см

9. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її тупий кут навпіл. Менша основа трапеції дорівнює 10 см, а бічна сторона - 16 см. Визначте довжини відрізків, на які діагональ ділить середню лінію трапеції.

ABCD - рівнобічна трапеція
 BC || AD, AC - представимо, як січку, тоді:
 $\angle BAC = \angle ACD$, як внутр. накрест. лежащі. $\angle BCA = \angle CAD$ - за умовою.
 $\angle BAC = \angle ACD = \angle CAD = \angle BCA$. Звідси:
 $\triangle ADC$ - рівнобедрений. $AD = AC$
 Знаходимо: $LN = (10 + 16) / 2 = 13$ см
 $AK = NC$ - за власт. середньої лінії, тому
 LK - середня лінія $\triangle ABC$
 $LK = 10 : 2 = 5$ см
 $LK = TN = 5$ см
 $13 - 5 - 5 = 3$ см - KT

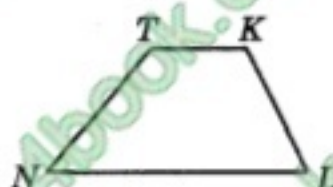


Відповідь: 5; 3; 5 см

ВАРІАНТ 4

1. Укажіть бічні сторони трапеції, зображеної на малюнку.

A. NT і KL Б. NT і TK
 B. KL і NL Г. NL і TK



A	B	B	Г

2. Знайдіть градусну міру центрального кута, якщо відповідний йому вписаний кут дорівнює 40° .

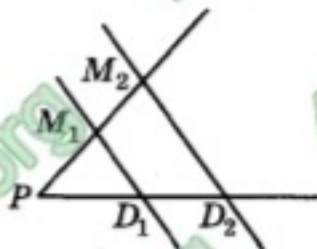
A. 160° Б. 40° B. 80° Г. 20°

A	B	B	Г
			✓

3. Дано: $M_1D_1 \parallel M_2D_2$, $PM_1 = M_1M_2$, $D_1D_2 = 6$ см.

Знайти: PD_2 .

A. 14 см Б. 10 см
 B. 8 см Г. 12 см



A	B	B	Г

4. Знайдіть кути M і N чотирикутника $KLMN$, вписаного в коло, якщо $\angle K = 130^\circ$, $\angle L = 60^\circ$.

Протилежні кути чотирикутника вписаного в коло $= 180^\circ$
 Звідси:
 $\angle M = 180 - 130 = 50^\circ$
 $\angle N = 180 - 60 = 120^\circ$
 Відповідь: 50° ; 120°

5. Знайдіть периметр трикутника, якщо його середні лінії дорівнюють 4 см, 5 см і 6 см.

Сторона $= 2 \cdot$ Сер. лінія
 $4 \cdot 2 = 8$ см
 $5 \cdot 2 = 10$ см
 $6 \cdot 2 = 12$ см
 $P_{\Delta} = 12 + 10 + 8 = 30$ см
 Відповідь: 30 см

6. Середня лінія трапеції дорівнює 8 см. Знайдіть основи трапеції, якщо одна з них на 4 см більша за другу.

Маємо рівняння:
 $\frac{x + x + 4}{2} = 8$
 $2x = 20$
 $x = 10$ см
 $10 - 4 = 6$ см
 Відповідь: 6 см; 10 см

7. Коло вписане в рівнобічну трапецію. Знайдіть периметр трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 7 см.

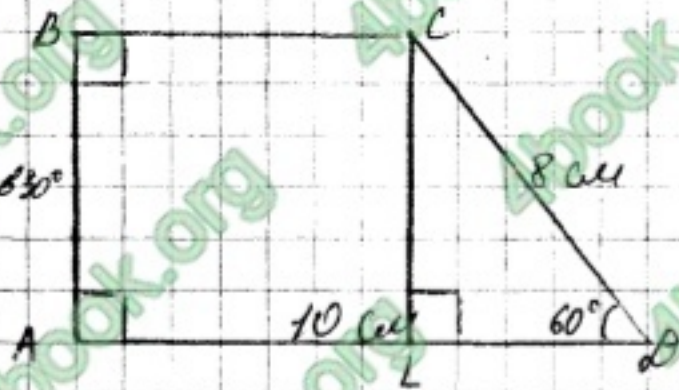
Якщо в трапецію вписано коло, то:
сума основ = сумі бічних сторін
Трапеція рівнобіжна, тому:
сума бічних = $7 + 7 = 14$ см
 $14 = 14$

$$P = 14 + 14 = 28 \text{ см}$$

Відповідь: $P = 28 \text{ см}$

8. У прямокутній трапеції гострий кут дорівнює 60° , а більша основа – 10 см, більша бічна сторона – 8 см. Знайдіть меншу основу трапеції.

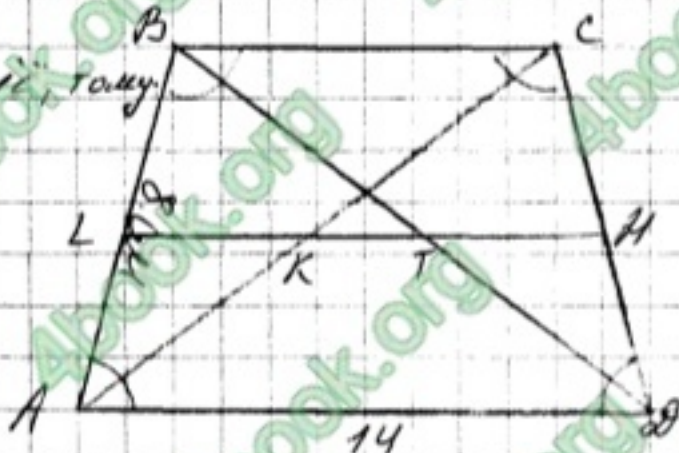
ABCD – прямокутна трапеція:
CL – висота із $\angle C$
маємо $\triangle CDL$ – він прямокутний
 $\angle LCD = 180 - 60 - 90 = 30^\circ$
 $LD = \frac{1}{2} CD$ – як катет, лежачий проти $\angle 30^\circ$
 $LD = 4 \text{ см}$
 $AL = BC = AD - LD$
 $AL = BC = 10 - 4 = 6 \text{ см}$



Відповідь: 6 см

9. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її гострий кут навпіл. Більша основа трапеції дорівнює 14 см, а бічна сторона – 8 см. Визначте довжини відрізків, на які діагональ ділить середню лінію трапеції.

ABCD – рівнобічна трапеція.
 $BC \parallel AD$, AC – проведено, як існує; тобто:
 $\angle BAC = \angle CAD$ – як внутр. нахрестлені. $\angle BAC = \angle CAD$ – за умовою.
тоді: $\triangle ABC$ – рівнобедрений, $AB = BC$.
Знаходимо: $LN = (8 + 14) / 2 = 11 \text{ см}$
 $AK = KC$ – за властив. середньої лінії, тому:
LK – середня лінія $\triangle ABC$
 $LK = 8 : 2 = 4 \text{ см}$
 $LK = TN = 4 \text{ см}$
 $KT = LN - LK - TN$
 $KT = 11 - 4 - 4 = 3 \text{ см}$



Відповідь: 4 см, 3 см, 4 см

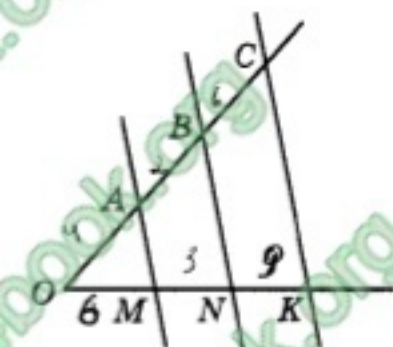
ВАРІАНТ 1

1. $\triangle ABC$ – рівносторонній, $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Тоді $\frac{AB}{A_1B_1} = \dots$

А. $\frac{AC}{A_1B_1}$ Б. $\frac{BC}{B_1C_1}$ В. $\frac{BC}{A_1C_1}$ Г. $\frac{AC}{B_1C_1}$

А Б В Г
✓

2. Паралельні прямі AM , BN і CK перетинають сторони кута з вершиною O так, що $OA = 4$ см, $AB = 2$ см, $BC = 6$ см, $OM = 5$ см. Знайдіть MN і NK .



$$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$$

$$MN = 6 \text{ см}$$

$$NK = 9 \text{ см}$$

Відповідь: 6 см; 9 см.

3. Сторони трикутника відносяться як 4 : 5 : 6. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника з периметром 45 см.

Маємо рівняння:

$$4x + 5x + 6x = 45$$

$$15x = 45$$

$$x = 3$$

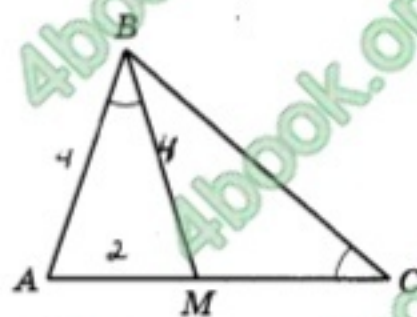
$$4 \cdot 3 = 12 \text{ см}$$

$$5 \cdot 3 = 15 \text{ см}$$

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ см}$$

Відповідь: 12; 15; 18.

4. На стороні AC трикутника ABC вибрано точку M так, що $\angle ABM = \angle C$. Знайдіть довжину відрізка MC , якщо $AM = 2$ см, $AB = 4$ см.



$\triangle ABM$ – рівнобедрений, і $\triangle ABC$ – рівнобедр.
Звідси:
 $BM = AB = 4$
 $MC = 8 \text{ см}$

Відповідь: $MC = 8 \text{ см}$

ВАРІАНТ 2

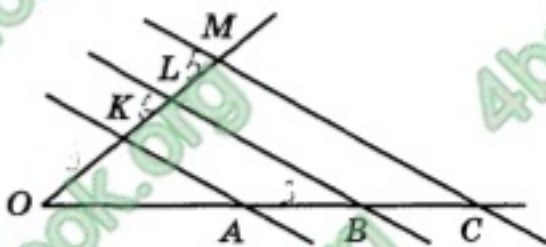
1. $\triangle KLM$ – рівносторонній, $\triangle KLM \sim \triangle K_1L_1M_1$. Тоді $\frac{LM}{L_1M_1} = \dots$

А. $\frac{KL}{K_1M_1}$ Б. $\frac{KL}{M_1L_1}$ В. $\frac{KM}{K_1L_1}$ Г. $\frac{KM}{K_1M_1}$

А Б В Г

☐ ☐ ☐ ☒

2. Паралельні прямі AK , BL і CM перетинають сторони кута з вершиною O так, що $OK = 3$ см, $KL = 2$ см, $LM = 5$ см, $AB = 3$ см. Знайдіть OA і BC .



$$\frac{KL}{AB} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{OM}{OC} = \frac{10}{15}$$

$$OA = 5$$

$$BC = 7$$

Відповідь: 5; 7

3. Сторони трикутника відносяться як 4 : 5 : 7. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника з периметром 32 см.

$$4x + 5x + 7x = 32$$

$$16x = 32$$

$$x = 2 \text{ — одна частина}$$

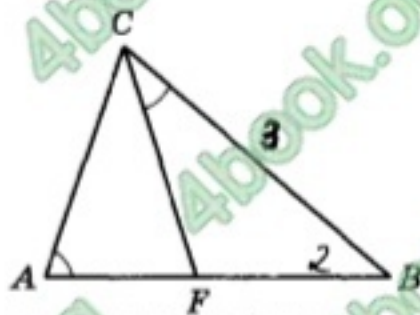
$$4 \cdot 2 = 8 \text{ см}$$

$$2 \cdot 5 = 10 \text{ см}$$

$$2 \cdot 7 = 14 \text{ см}$$

Відповідь: 8; 10; 14.

4. На стороні AB трикутника ABC вибрано точку F так, що $\angle FCB = \angle A$, $FB = 2$ см, $BC = 3$ см. Знайдіть довжину відрізка AF .



$$\angle FCB = \angle A$$

$$FB = 2 \text{ см}; BC = 3 \text{ см}$$

Ми маємо 2 рівнобедренних $\triangle$.

$$\angle FCB = \angle A, \text{ тоді } \angle FCB = \angle C$$

Д. тоді, звідки

$$CB = AB = 3 \text{ см}$$

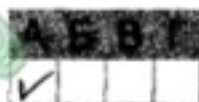
$$AF = 3 - FB = 3 - 2 = 1 \text{ см}$$

Відповідь: 1 см

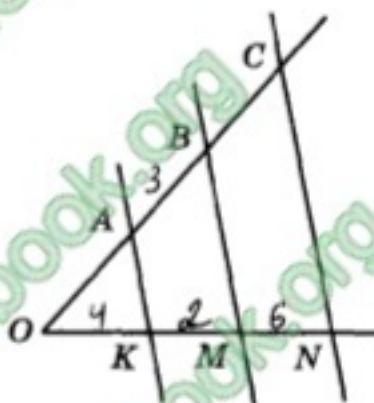
ВАРІАНТ 3

1. $\triangle ABC$ – рівносторонній, $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Тоді $\frac{BC}{B_1C_1} = \dots$

- А. $\frac{AC}{A_1C_1}$ Б. $\frac{AC}{B_1C_1}$ В. $\frac{AB}{B_1C_1}$ Г. $\frac{AB}{A_1C_1}$



2. Паралельні прямі AK , BM і CN перетинають сторони кута з вершиною O так, що $OK = 4$ см, $KM = 2$ см, $MN = 6$ см, $AB = 3$ см. Знайдіть OA і BC .



$$\frac{AB}{KM} = \frac{3}{2}; \quad \frac{OC}{ON} = \frac{18}{12}$$

Отже.

$$OA = 6 \text{ см}$$

$$BC = 9 \text{ см}$$

Відповідь: 6; 9

3. Сторони трикутника відносяться як 5 : 7 : 9. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника з периметром 63 см.

$$5x + 7x + 9x = 63$$

$$21x = 63$$

$$x = 3 \text{ — одна частина (см)}$$

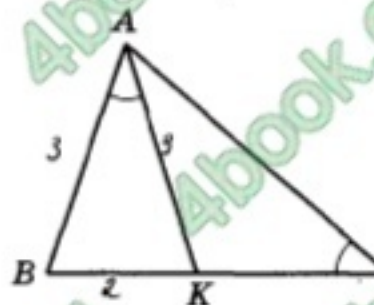
$$5 \cdot 3 = 15 \text{ см}$$

$$7 \cdot 3 = 21 \text{ см}$$

$$9 \cdot 3 = 27 \text{ см}$$

Відповідь: 15; 21; 27.

4. На стороні BC трикутника ABC вибрано точку K так, що $\angle BAK = \angle C$. Знайдіть довжину відрізка KC , якщо $AB = 3$ см, $BK = 2$ см.



$$\angle BAK = \angle C$$

Ми маємо 2 рівнобедренні $\triangle$ ($\triangle BAK$ і $\triangle ACB$).
 $\angle$ при вершині A рівні за умовою, отже
 $\triangle BAK$ і $\triangle ACB$ — подібні.

AB — основа $\triangle ABC$

BK — основа $\triangle BAK$.

$$\frac{AB}{BK} = \frac{3}{2}; \quad \text{тоді: } BC = 4,5 \text{ см; } KC = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ см}$$

Відповідь:

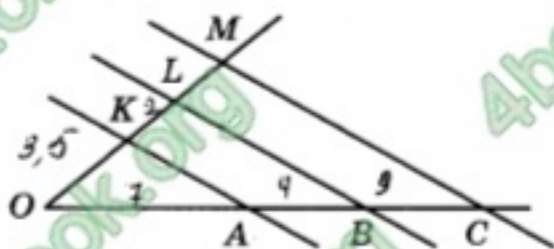
ВАРІАНТ 4

1. $\triangle KLM$ – рівносторонній, $\triangle KLM \sim \triangle K_1L_1M_1$. Тоді $\frac{KL}{K_1L_1} = \dots$

А. $\frac{KM}{K_1L_1}$ Б. $\frac{LM}{K_1M_1}$ В. $\frac{LM}{L_1M_1}$ Г. $\frac{KM}{M_1L_1}$

А Б В Г
X

2. Паралельні прямі AK , BL і CM перетинають сторони кута з вершиною O так, що $OA = 7$ см, $AB = 4$ см, $BC = 9$ см, $KL = 2$ см. Знайдіть OK і LM .



$$\frac{KL}{AB} = \frac{2}{4}, \quad \frac{OM}{OC} = \frac{x}{20}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{x}{20}$$

$$x = 10 - OM$$

$OK = 3,5$, $LM = 4,5$ Відповідь: 3,5 см, 4,5 см

3. Сторони трикутника відносяться як $5 : 7 : 8$. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника з периметром 80 см.

$$5x + 7x + 8x = 80$$

$$20x = 80$$

$$x = 4 \text{ (см)} - \text{одна частина}$$

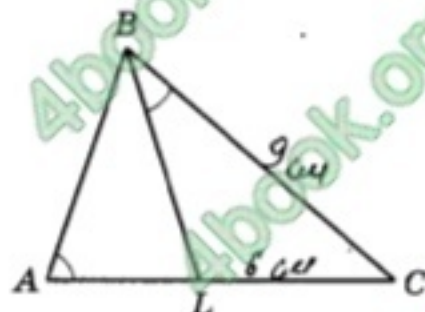
$$5 \cdot 4 = 20 \text{ см}$$

$$7 \cdot 4 = 28 \text{ см}$$

$$8 \cdot 4 = 32 \text{ см}$$

Відповідь: 20; 28; 32 см

4. На стороні AC трикутника ABC вибрано точку L так, що $\angle A = \angle LBC$, $BC = 9$ см, $LC = 6$ см. Знайдіть довжину відрізка AL .



Маємо 2 рівнобедренні $\triangle (ABC \text{ і } ABL)$

$$\angle BAL = \angle LBA = \angle A$$

ABC – рівнобедренний,

Отже:

$$BC = AC = 9$$

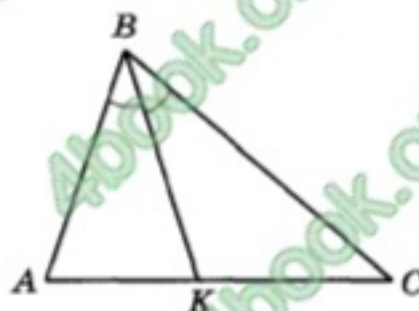
$$AL = 9 - LC = 9 - 6 = 3 \text{ см}$$

Відповідь: 3 см

ВАРІАНТ 1

1. BK – бісектриса трикутника ABC , $AB : BC = 1 : 2$, $KC = 6$ см. Знайдіть AK .

A. 2 см Б. 3 см
B. 4 см Г. 5 см

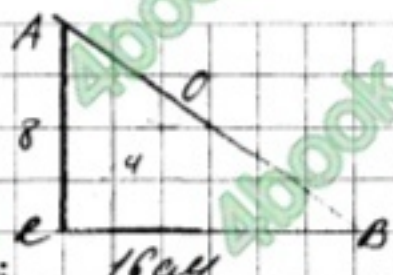


А	Б	В	Г
	✓		

2. Катет прямокутного трикутника дорівнює 8 см, а його проекція на гіпотенузу – 4 см. Знайдіть гіпотенузу трикутника.

$$\frac{AB - AC^2}{CO}$$

$$AB = \frac{64}{4} = 16 \text{ см}$$

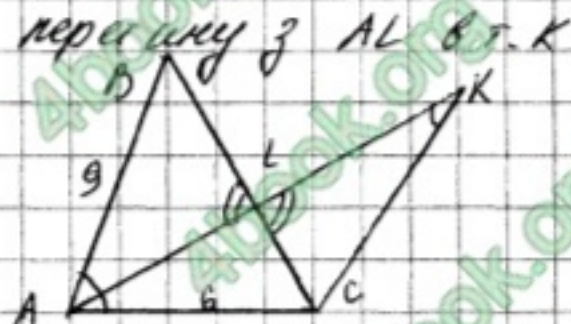


Відповідь: 16 см

3. Сторони трикутника дорівнюють 9 см і 6 см, а бісектриса трикутника, проведена до третьої сторони, ділить її на відрізки, різниця яких дорівнює 1 см. Знайдіть периметр трикутника.

Продовжимо бісектрису AL .
Через т. C проведемо пряму $\parallel AB$ до т. перетину з AL в т. K .
 $\angle B \angle A = \angle CLK$, як вертук.;
 $\angle LKC = \angle BAL$, як внутр. накресл. куты.
 $\triangle ALB \sim \triangle KCL$

$$\frac{BA}{AC} = \frac{BL}{LC} \quad ; \quad BL = 3 \text{ см}, \quad LC = 2 \text{ см}$$



Відповідь: 3 см, 2 см

4. Коло, вписане у трапецію, точкою дотику ділить бічну сторону на відрізки завдовжки 2 см і 8 см. Знайдіть висоту трапеції.

Якщо коло вписане в трапецію, то вона рівнобічна. Звідси:

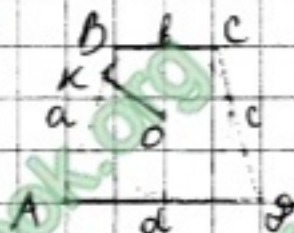
$$a + c = b + d$$

$$AK = 8 \text{ см}, \quad KB = 2 \text{ см}$$

$$R = \sqrt{8 \cdot 2} = 4 \text{ см}$$

$$\text{Висота} = 2R$$

$$\text{Висота} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}$$

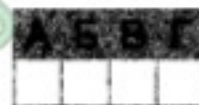
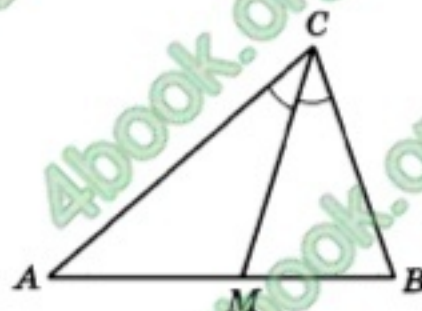


Відповідь: 8 см

ВАРІАНТ 2

1. CM – бісектриса трикутника ABC , $AC : BC = 2 : 1$,
 $MB = 4$ см. Знайдіть AM .

А. 9 см Б. 7 см
В. 6 см Г. 8 см



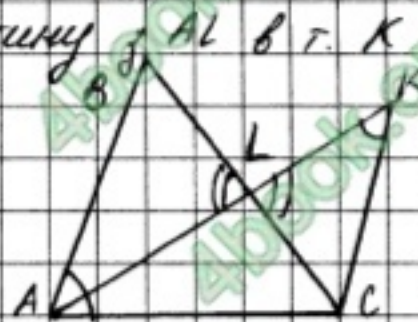
2. Катет прямокутного трикутника дорівнює 6 см, а гіпотенуза – 12 см. Знайдіть проекцію даного катета на гіпотенузу.

$$x = \frac{6^2}{12} = 3 \text{ см}$$

Відповідь:

3. Бісектриса трикутника ділить сторону на відрізки, різниця яких 1 см. Знайдіть периметр трикутника, якщо дві інші його сторони дорівнюють 10 см і 8 см.

Продовжимо бісектрису AL
Через т. C проведемо пряму KB до т. перетину AL в т. K
 $\angle BLA = \angle CLK$ – як вертикальні;
 $\angle KLC = \angle BAC$ – як внутр. накрест. лежачі;
 $\triangle ALB \sim \triangle KLC$



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BL}{LC}$$

$$BL = 5 \text{ см} \quad LC = 4 \text{ см}$$

Відповідь: 5 см; 4 см.

4. Коло, вписане у трапецію, точкою дотику ділить бічну сторону на відрізки завдовжки 1 см і 9 см. Знайдіть висоту трапеції.

Якщо коло вписано в трапецію, тоді:

$$a + c = b + d$$

OK – радіус

$$OK = \sqrt{9 \cdot 1} = 3$$

$$h = 2 \cdot OK = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}$$

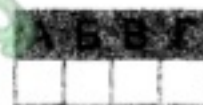
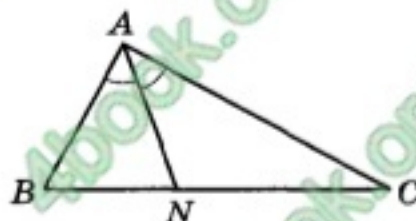


Відповідь: 6 см

ВАРІАНТ 3

1. AN – бісектриса трикутника ABC , $AB : AC = 1 : 3$,
 $BN = 2$ см. Знайдіть NC .

A. 5 см Б. 7 см
B. 6 см Г. 8 см



2. Катет прямокутного трикутника дорівнює 10 см, а його проекція на гіпотенузу – 4 см.
Знайдіть гіпотенузу трикутника.

$$\text{Гіпотенуза} = \frac{\text{Катет}^2}{\text{Проекція}}$$

$$\text{Гіпотенуза} = \frac{100}{4} = 25 \text{ см}$$

Відповідь: 25 см

3. Бісектриса трикутника ділить сторону на відрізки, різниця яких 2 см. Знайдіть периметр трикутника, якщо дві інші сторони дорівнюють 6 см і 10 см.

Проведемо бісектрису AL
Через т. L проведемо пряму $\parallel AB$ до т. K на гіпотенузі AC
 $\angle BLA = \angle CLK$ як вертикальні
 $\angle LKC = \angle BAC$ як внутр. накрест лежачі
 $\triangle ABL \sim \triangle KLC$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BL}{LC} \quad BL = 3 \text{ см}; \quad LC = 5 \text{ см}$$



Відповідь: 3 см; 5 см

4. Коло, вписане у трапецію, точкою дотику ділить бічну сторону на відрізки завдовжки 1 см і 16 см. Знайдіть висоту трапеції.

Якщо коло вписано в трапецію, тоді:

$$a + c = b + d$$

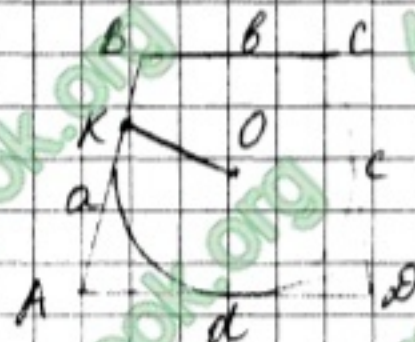
OK – радіус

$$OK = \sqrt{AK \cdot KB}$$

$$OK = \sqrt{16 \cdot 1} = 4$$

$$\text{Висота} = 2R$$

$$\text{Висота} = 2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

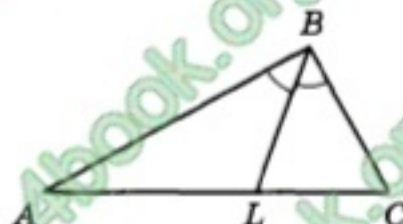


Відповідь:

ВАРІАНТ 4

1. BL – бісектриса трикутника ABC , $AB : BC = 3 : 1$,
 $AL = 12$ см. Знайдіть LC .

А. 4 см Б. 5 см
В. 3 см Г. 6 см



А Б В Г

2. Катет прямокутного трикутника дорівнює 8 см, а гіпотенуза – 32 см. Знайдіть проекцію даного катета на гіпотенузу.

$$\text{Проекція} = \frac{\text{Гіпотенуза}^2}{\text{Катет}}$$

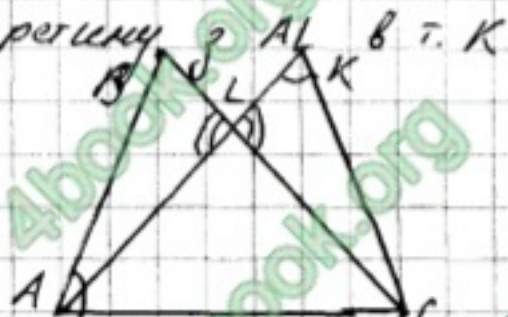
$$\text{Проекція} = \frac{32^2}{8} = 128 \text{ см}$$

Відповідь: 128 см

3. Сторони трикутника дорівнюють 8 см і 12 см, а бісектриса трикутника, проведена до третьої сторони, ділить її на відрізки, різниця яких 2 см. Знайдіть периметр трикутника.

Провелимо бісектрису AL
Через т. C проведемо пряму $\parallel AB$ до т. перетину з AL в т. K
 $\angle BLA = \angle CLK$ – як вертикальні
 $\angle LKC = \angle BAC$ – як внутр. накрест лежачі
 $\triangle ABL \sim \triangle KLC$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BL}{LC} \quad BL = 4 \text{ см}; \quad LC = 6 \text{ см}$$



Відповідь: 4 см; 6 см

4. Коло, вписане у трапецію, точкою дотику ділить бічну сторону на відрізки завдовжки 4 см і 25 см. Знайдіть висоту трапеції.

Якщо коло вписане у трапецію, тоді:

$$a + c = b + d$$

OK – радіус кола

$$OK = \sqrt{AK \cdot KB}$$

$$OK = \sqrt{15 \cdot 4} = 10 \text{ см}$$

$$\text{Висота} = 2R$$

$$\text{Висота} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см}$$



Відповідь: 20 см

ВАРІАНТ 1

 А Б В Г
☐ ☐ ☒ ☐

 А Б В Г
☐ ☐ ☒ ☐

 А Б В Г
☐ ☐ ☒ ☐

 1. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $AB : DE = 3 : 4$. Знайдіть відношення $EF : BC$.

А. 7 : 3 Б. 3 : 4 В. 4 : 3 Г. 4 : 7

 2. Укажіть умови, за яких $\triangle KLM \sim \triangle K_1L_1M_1$.

А. $\angle M = \angle M_1$, $\frac{KM}{K_1M_1} = \frac{LM}{L_1M_1}$

Б. $\angle K = \angle K_1$, $\angle L = 32^\circ$, $\angle L_1 = 43^\circ$

В. $\angle L = \angle L_1$, $\frac{KL}{K_1L_1} \neq \frac{LM}{L_1M_1}$

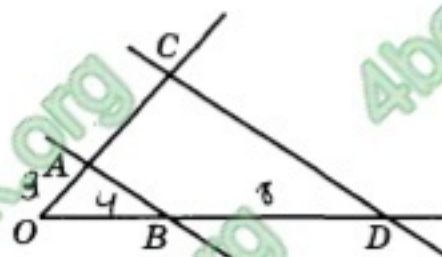
Г. $\angle K = \angle K_1$, $\frac{KL}{K_1L_1} = \frac{KM}{K_1M_1}$

 3. Дано: $AB \parallel CD$, $OB = 4$ см, $BD = 8$ см, $OA = 3$ см.

 Знайти: AC .

А. $10\frac{2}{3}$ см Б. 6 см

В. 9 см Г. 7 см



4. Знайдіть катет прямокутного трикутника, проекція якого на гіпотенузу – 3 см, якщо гіпотенуза дорівнює 27 см.

$$\text{Катет} = \sqrt{27 \cdot 3} = 9 \text{ см}$$

Відповідь: 9 см

 5. BK – бісектриса трикутника ABC , $AB = 6$ см, $BC = 10$ см. Менший з відрізків, на які бісектриса BK ділить сторону AC , дорівнює 3 см. Знайдіть AC .

$\triangle CKB \sim \triangle AKB$; - за 2 сторонами та $\angle$ між ними.
Отже:

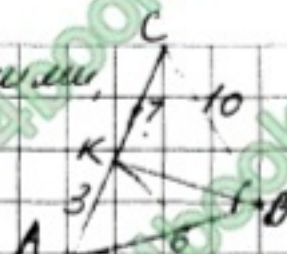
$$\frac{CB}{AB} = \frac{CK}{KA} \quad \frac{10}{6} = \frac{x}{3}$$

$$x = 5$$

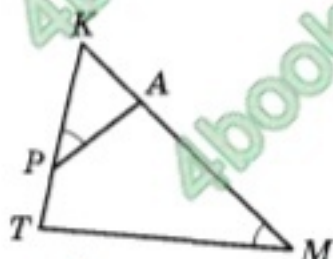
$$5 + 3 = 8 \text{ см (AC)}$$

Відповідь:

8 см



6. Знайдіть на малюнку подібні трикутники та доведіть їх подібність.



Розглянемо $\triangle KTM$ та $\triangle KPA$
 $\angle KPA = \angle KMT$ - за умовою
 $\angle PKA = \angle TKM$

Отже

$\triangle KTM \sim \triangle KPA$ - за двома кутами

7. Сторони трикутника відносяться як 3 : 4 : 6. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника, сума більшої і меншої сторін якого дорівнює 27 см.

Нехай 1 частина x см, тоді:

$$3x + 6x = 27$$

$$9x = 27$$

$$x = 3$$

$$3 \cdot 3 = 9 \text{ см}$$

$$4 \cdot 3 = 12 \text{ см}$$

$$6 \cdot 3 = 18 \text{ см}$$

Відповідь: 9; 12; 18 см

8. Точка O – точка перетину діагоналей трапеції $ABCD$ з основами AB і CD , $AO = 9$ см, $OC = 6$ см. Знайдіть основи трапеції, якщо їх сума дорівнює 25 см.

$\triangle AOB \sim \triangle COD$, бо $\angle AOB = \angle COD$, $\angle OAB = \angle OCD$

коэф. подібності $= \frac{AO}{OC} = \frac{9}{6}$

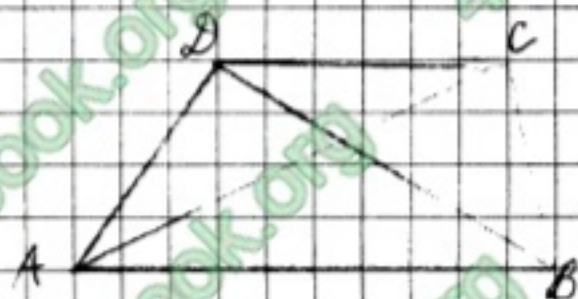
Звідси:

$$9x + 6x = 25$$

$$x = 5$$

$$9 \cdot 5 = 45 \text{ см}$$

$$6 \cdot 5 = 30 \text{ см}$$



Відповідь: 45 см; 30 см

9. Знайдіть висоту рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 5 см і 3 см, а діагональ перпендикулярна до бічної сторони.

CE – висота трапеції (h)

$$EB = (AE - AC) / 2$$

$$EB = (5 - 3) / 2 = 1$$

$$AE = 5 - 1 = 4$$

по т. Піфагора

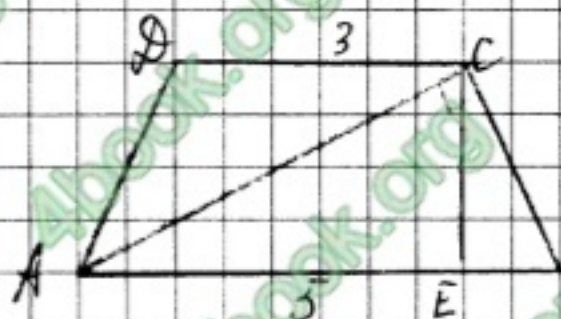
$$CB^2 = AE^2 + EB^2$$

$$h^2 + 1^2 + h^2 + 4^2 = 5^2$$

$$2h^2 = 8$$

$$h^2 = 4$$

$$h = 2 \text{ см}$$



Відповідь: 2 см

ВАРІАНТ 2

А	Б	В	Г
☒	☐	☐	☐

1. $\triangle EFK \sim \triangle MNL$, $FK : NL = 3 : 5$. Знайдіть відношення $MN : EF$.

А. 5 : 3 Б. 8 : 5 В. 3 : 5 Г. 3 : 8

А	Б	В	Г
☐	☒	☐	☐

2. Укажіть умови, за яких $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

А. $\angle A = \angle A_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} \neq \frac{AC}{A_1C_1}$

Б. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

В. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = 47^\circ$, $\angle B_1 = 51^\circ$

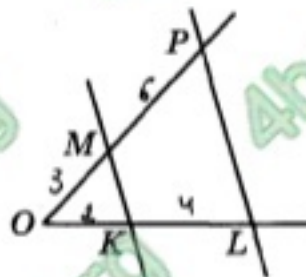
Г. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, $\frac{BC}{B_1C_1} \neq \frac{AC}{A_1C_1}$

А	Б	В	Г
☐	☐	☒	☐

3. Дано: $MK \parallel PL$, $OM = 3$ см, $MP = 6$ см, $OK = 2$ см.Знайти: KL .

А. 5 см Б. 9 см

В. 4 см Г. 5 см



4. Знайдіть катет прямокутного трикутника, проекція якого на гіпотенузу дорівнює 4 см, а гіпотенуза – 16 см.

$$\text{катет} = \sqrt{16 \cdot 4} = 8 \text{ см}$$

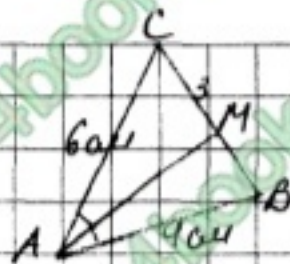
Відповідь: 8 см

5. AM – бісектриса трикутника ABC , $AB = 4$ см, $AC = 6$ см. Більший з відрізків, на які бісектриса AM ділить сторону BC , дорівнює 3 см. Знайдіть BC .
 $\triangle CAM \sim \triangle MAB$ – за $\angle$ і прилеглими сторонами
 Отже:

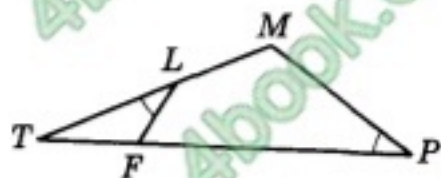
$$\frac{CA}{AB} = \frac{CM}{MB} \quad \frac{6}{4} = \frac{3}{x} \quad x = 2 \text{ см}; \quad 2 + 3 = 5 \text{ см} - BC$$

Відповідь:

5 см



6. На малюнку знайдіть подібні трикутники та доведіть їх подібність.


 Розглянемо $\triangle TMP$ та $\triangle TLF$.
 $\angle TLF = \angle MPT$ – за умовою.
 $\angle LTF = \angle MTP$

Отже:

 $\triangle TMP \sim \triangle TLF$ – за двома кутами

7. Сторони трикутника відносяться, як 2 : 4 : 5. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника, сума найбільшої та середньої за розміром сторін якого дорівнює 36 см.

Нехай одна сторона x см, тоді:

$$5x + 4x = 36$$

$$9x = 36$$

$$x = 4 \text{ см}$$

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ см}$$

$$4 \cdot 4 = 16 \text{ см}$$

$$5 \cdot 4 = 20 \text{ см}$$

Відповідь: 8; 16; 20 см

8. O – точка перетину діагоналей трапеції $ABCD$ з основами AD і BC , $AD = 8$ см, $BC = 6$ см. Знайдіть відрізки BO і OD , якщо їх різниця дорівнює 1 см.

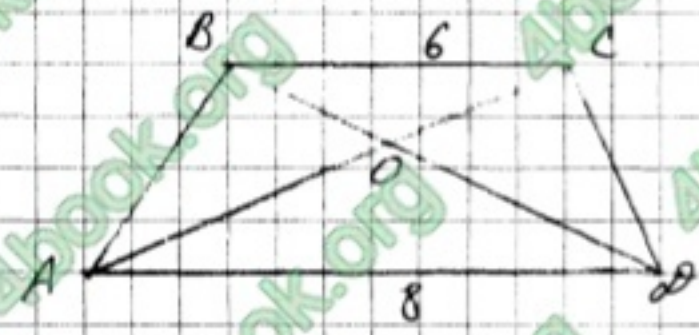
$\triangle ABO \sim \triangle CDO$, бо $\angle AOB = \angle COD$; $\angle ABO = \angle CDO$.

коэф. подібності $= \frac{AO}{CO} = \frac{8}{6}$

Звідси:

$$\frac{AO}{CO} = \frac{4}{3} \text{ см}$$

$$4 - 3 = 1$$



Відповідь: 4 см, $OC = 3$ см

9. Знайдіть висоту рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 9 см і 15 см, а діагональ перпендикулярна до бічної сторони.

CE – висота (h)

$$EB = (AE - BC) / 2$$

$$EB = (15 - 9) / 2 = 3$$

$$AE = 15 - 3 = 12$$

по т. Піфагора

$$CB^2 = h^2 + EB^2 \quad AC^2 = h^2 + AE^2 \quad ; \quad AB^2 = AC^2 + 3^2$$

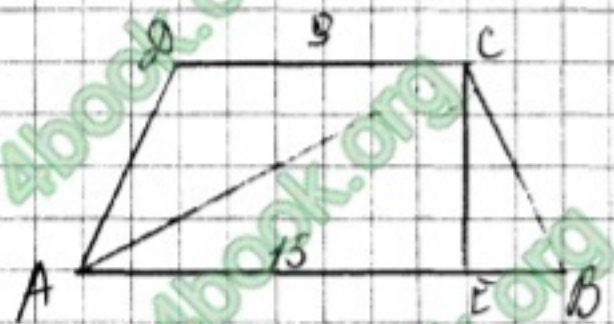
$$h^2 + 3^2 + h^2 + 12^2 = 15^2$$

$$2h^2 + 9 + 144 = 225 - 144 - 9$$

$$2h^2 = 72$$

$$h^2 = 36$$

$$h = 6 \text{ см}$$



Відповідь: 6 см

ВАРІАНТ 3

1. $\triangle DEK \sim \triangle ABC$, $DE : AB = 4 : 5$. Знайдіть відношення $BC : EK$.

А. 4 : 5 Б. 5 : 4 В. 9 : 4 Г. 5 : 9

А Б В Г
✓

2. Укажіть умови, за яких $\triangle KLM \sim \triangle K_1L_1M_1$.

А. $\frac{KL}{K_1L_1} = \frac{LM}{L_1M_1} = \frac{KM}{K_1M_1}$

Б. $\frac{KL}{K_1L_1} = \frac{LM}{L_1M_1}$, $\frac{LM}{L_1M_1} > \frac{KM}{K_1M_1}$

В. $\angle K = \angle K_1$, $\frac{KL}{K_1L_1} \neq \frac{KM}{K_1M_1}$

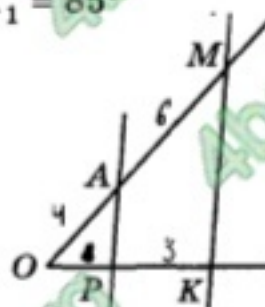
Г. $\angle M = \angle M_1$, $\angle K = 90^\circ$, $\angle K_1 = 85^\circ$

А Б В Г
✓

3. Дано: $AP \parallel MK$, $OA = 4$ см, $AM = 6$ см, $PK = 3$ см.

Знайти: OP .

А. 2,5 см Б. 4,5 см
В. 1 см Г. 2 см



А Б В Г
✓

4. Знайдіть катет прямокутного трикутника, якщо його проекція на гіпотенузу – 2 см, а гіпотенуза дорівнює 32 см.

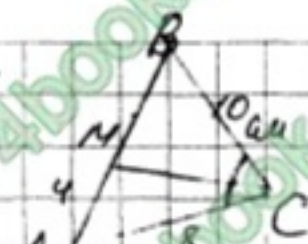
$$\text{Катет} = \sqrt{32 \cdot 2} = 8 \text{ см}$$

Відповідь: 8 см

5. CM – бісектриса трикутника ABC , $AC = 8$ см, $BC = 10$ см. Менший з відрізків, на які бісектриса CM ділить сторону AB , дорівнює 4 см. Знайдіть AB .

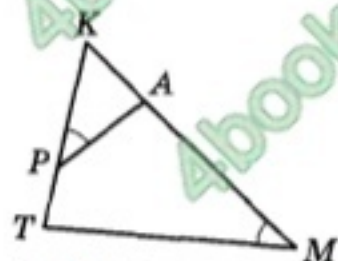
$\triangle BMC \sim \triangle MAC$ - за 1 та проміжними сторонами
Отже:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{CM}{MA} \quad \frac{10}{8} = \frac{x}{4} \quad ; \quad x = 5; \quad AB = 4 + 5 = 9 \text{ см}$$



Відповідь: 9 см

6. На малюнку знайдіть подібні трикутники та доведіть їх подібність.



Розглянемо $\triangle KTM$ та $\triangle KRA$

$\angle KRA = \angle KMT$ - за умовою

$\angle TKM = \angle PKA$

Отже:

$\triangle KTM \sim \triangle KRA$ за двома кутами

7. Сторони трикутника відносяться як 3 : 7 : 8. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника, сума меншої та середньої за розміром сторін якого дорівнює 30 см.

Нехай одна зі сторін "x" см, тоді:

$$3x + 7x = 30 \text{ см}$$

$$10x = 30$$

$$x = 3 \text{ см}$$

$$3 \cdot 3 = 9 \text{ см}$$

$$7 \cdot 3 = 21 \text{ см}$$

$$8 \cdot 3 = 24 \text{ см}$$

Відповідь: 9; 21; 24 см

8. Діагоналі трапеції ABCD з основами AD і BC перетинаються в точці O. AO = 10 см, OC = 8 см. Знайдіть основи трапеції, якщо їх різниця дорівнює 1 см.

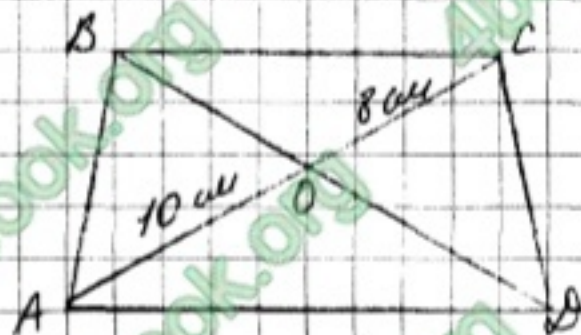
$\triangle OAB \sim \triangle OCD$, бо $\angle BOA = \angle COD$; $\angle AOB = \angle DCO$.

$$\frac{AO}{OC} = \frac{10}{8}$$

Звідси

$$AD = 5 \text{ см}$$

$$BC = 4 \text{ см}$$



Відповідь: 5 см; 4 см

9. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 10 см і 8 см. Знайдіть висоту трапеції, якщо її діагональ перпендикулярна до бічної сторони.

CE - висота (h)

$$EB = (AE - BC) / 2$$

$$EB = (10 - 8) / 2 = 1$$

$$AE = 10 - 1 = 9$$

по т. Піфагора

$$CB^2 = h^2 + EB^2$$

$$AC^2 = h^2 + 9^2$$

$$AB^2 = AC^2 + 1^2$$

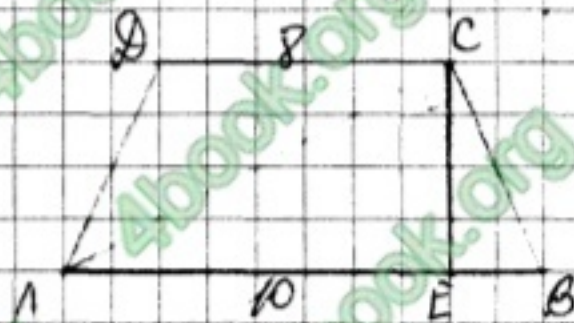
$$h^2 + 9^2 + h^2 + 1^2 = 10^2$$

$$2h^2 = 100 - 81 - 1$$

$$2h^2 = 18$$

$$h^2 = 9$$

$$h = 3 \text{ см}$$



Відповідь: 3 см

ВАРІАНТ 4

1. $\triangle KLM \sim \triangle DET$, $KL : DE = 6 : 5$. Знайдіть відношення $ET : LM$.

А. 5 : 11 Б. 6 : 5 В. 6 : 11 Г. 5 : 6

А	Б	В	Г
☐	☐	☐	☒

2. Укажіть умови, за яких $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

А. $\angle A = \angle A_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} \neq \frac{AC}{A_1C_1}$

Б. $\angle B = \angle B_1$, $\angle A = 32^\circ$, $\angle A_1 = 28^\circ$

В. $\angle C = \angle C_1$, $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$

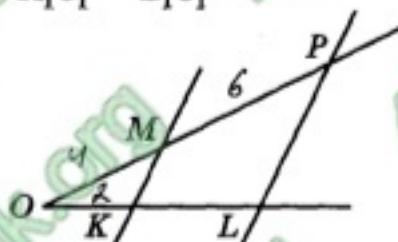
Г. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, $\frac{AC}{A_1C_1} \neq \frac{BC}{B_1C_1}$

А	Б	В	Г
☐	☐	☒	☐

3. Дано: $MK \parallel PL$, $OM = 4$ см, $MP = 6$ см, $OK = 2$ см.Знайти: KL .

А. 3 см Б. 12 см

В. 5 см Г. 4 см



А	Б	В	Г
☒	☐	☐	☐

4. Знайдіть катет прямокутного трикутника, якщо гіпотенуза дорівнює 9 см, а проекція катета на гіпотенузу – 1 см.

$$\text{катет} = \sqrt{9 \cdot 1} = 3 \text{ см}$$

Відповідь: 3 см

5. BD – бісектриса трикутника ABC , $AB = 12$ см, $BC = 16$ см. Більший з відрізків, на які бісектриса BD ділить сторону AC , дорівнює 8 см. Знайдіть AC .

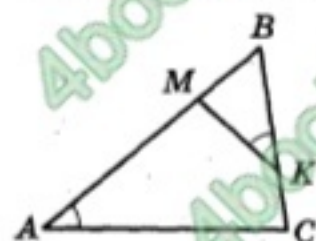
$$\triangle BCD \sim \triangle BDA - \text{за } \angle \text{ та 2 сторонами}$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{CD}{AD} \quad \frac{16}{12} = \frac{8}{x} \quad x = 6 \text{ см} \quad AC = 8 + 6 = 14 \text{ см}$$

Відповідь:

14 см

6. На малюнку знайдіть подібні трикутники та доведіть їх подібність.



$\angle BKM = \angle BAC$

$\angle MBK = \angle ABC$

Отже:

$\triangle MBK \sim \triangle ABC - \text{за двома кутами}$

7. Сторони трикутника відносяться як 4 : 5 : 7. Знайдіть невідомі сторони подібного йому трикутника, сума більшої і меншої сторін якого дорівнює 22 см.

Нехай одна з сторін "x" см, тоді:

$$4x + 7x = 22$$

$$11x = 22$$

$$x = 2$$

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ см}$$

$$5 \cdot 2 = 10 \text{ см}$$

$$7 \cdot 2 = 14 \text{ см}$$

Відповідь: 8; 10; 14 см

8. Точка O – точка перетину діагоналей трапеції ABCD з основами AB і CD, AB = 15 см, DC = 10 см. Знайдіть відрізки DO і OB, якщо BD = 20 см.

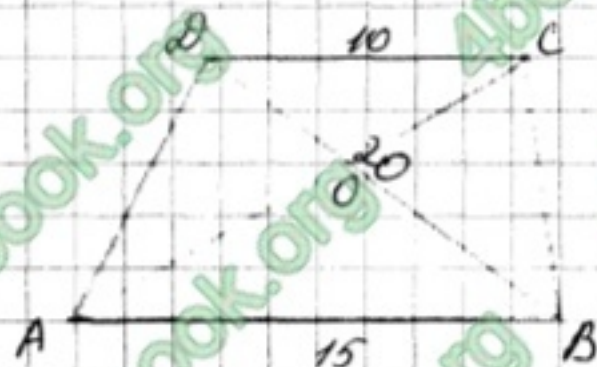
$\triangle AOB \sim \triangle DOC$, бо:

$\angle DOC = \angle AOB$ – як вертикальні,
 $\angle BDC = \angle ABO$ } як внутрішні,
 $\angle ACD = \angle CAB$ } як зовнішні

$\frac{AB}{DC} = \frac{15}{10}$, звідси:

$$DO = 8 \text{ см}$$

$$OB = 12 \text{ см}$$



Відповідь: 8; 12 см

9. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 16 см і 20 см. Знайдіть висоту трапеції, якщо її діагональ перпендикулярна до бічної сторони.

CE – висота (h)

$$EB = (AE - BC) / 2$$

$$EB = (20 - 16) / 2 = 2$$

$$AE = 20 - 2 = 18$$

по т. Піфагора

$$CB^2 = h^2 + EB^2$$

$$AC^2 = h^2 + 18^2$$

$$AB^2 = AC^2 + 2^2$$

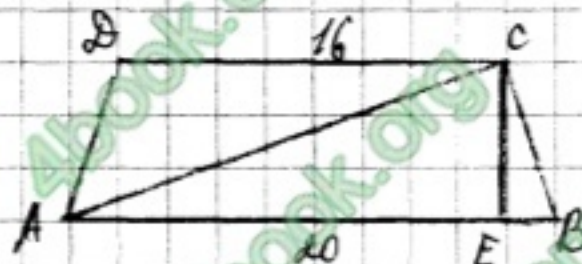
$$h^2 + 18^2 + h^2 + 2^2 = 400$$

$$2h^2 = 400 - 324 - 4$$

$$2h^2 = 72$$

$$h^2 = 36$$

$$h = 6 \text{ см}$$



Відповідь: 6 см